Correction sujet Accès 2009

Exercice 1

A. On sait que $\text{distance} = \text{vitesse} \times \text{temps}$. La distance parcourue lorsqu'il roule à la vitesse *x* est donc : $d_1 = xy$. Or cette distance représente 75% de la distance totale, on peut donc écrire :

$$\frac{75}{100} d = xy \Leftrightarrow \frac{3}{4} d = xy \Leftrightarrow d = \frac{4xy}{3}$$

Conclusion : VRAI

B. On sait que $\text{temps} = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$, On a vu à la question précédente que la distance totale parcourue est de $\frac{4xy}{3}$, or la deuxième partie du trajet, effectuée à la vitesse *z* représente 25% de ce total, la distance est donc de :

$$d_2 = \frac{25}{100} \times \frac{4xy}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{4xy}{3} = \frac{xy}{3}$$

Donc le temps mi pour parcourir cette distance est de : $\text{temps} = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \frac{xy}{3z}$.

Conclusion : FAUX

(Note : les physiciens auront pu remarquer que l'expression donnée n'est pas homogène à un temps, c'est donc forcément faux).

C. Cette question est une conséquence direct de la précédente, le temps total mis est donc de $x + \frac{xy}{3z}$ (temps mis pour la première partie du voyage plus temps mis pour la deuxième partie du voyage).

Conclusion : FAUX

D. La distance totale parcourue est de $\frac{4xy}{3}$ et le temps total pour parcourir cette distance est de $x + \frac{xy}{3z}$, la vitesse moyenne est donc de :

$$\frac{\frac{4xy}{3}}{x + \frac{xy}{3z}} = \frac{\frac{4xy}{3}}{\frac{3xz + xy}{3z}} = \frac{4xy}{3} \times \frac{3z}{3xz + xy} = \frac{4xyz}{3xz + xy} = \frac{4yz}{3z + y}$$

Conclusion : VRAI

Exercice 2

Faisons un petit tableau :

Type	Pins	Sapins	Bouleaux	Châtaigniers	Frênes	Chênes	Charmes	Hêtres
%								

Que peut-on placer directement : Les frênes représentent la 3ème essence la moins représentées, soit 8%. Il y a 3800 pins, donc 19% de pins. Ce qui nous donne le tableau suivant :

Type	Pins	Sapins	Bouleaux	Châtaigniers	Frênes	Chênes	Charmes	Hêtres
%	19%				8%			

On sait de plus qu'il y a deux fois plus de chênes que de châtaigniers, ce qui veut dire que les seules combinaisons possibles sont : 4%/8%, 8% / 16% et 11% / 22%. Or 8% est déjà attribué donc la combinaison est 11% et 22%, on sait donc que :

Type	Pins	Sapins	Bouleaux	Châtaigniers	Frênes	Chênes	Charmes	Hêtres
%	19%			11%	8%	22%		

Les pourcentages que l'on n'a pas encore utilisés sont les suivants : 4%, 6%, 14% et 16%. Or on sait que les pins sont plus nombreux que les hêtres et sapins réunis, les deux seules possibilités sont donc 4% et 6% ou 4% et 14% puisqu'il y a 19% de pins. Or on sait que le pourcentage des hêtres est immédiatement supérieur à celui des sapins, c'est donc 4% et 6%.

Type	Pins	Sapins	Bouleaux	Châtaigniers	Frênes	Chênes	Charmes	Hêtres
%	19%	4%		11%	8%	22%		6%

Puisqu'il y a plus de bouleaux que de charmes, on a finalement :

Type	Pins	Sapins	Bouleaux	Châtaigniers	Frênes	Chênes	Charmes	Hêtres
%	19%	4%	16%	11%	8%	22%	14%	6%

Conclusion :

A. FAUX **B. VRAI** (57%) **C. VRAI** **D. FAUX** (2800)

Exercice 3

Un exercice de mise en équation, posons comme inconnues :

- f le nombre de dossiers traité par jour par Florence.
- p le nombre de dossiers traité par jour par Pierre.
- a le nombre de dossiers traité par jour par Alexandre.

Posons alors nos équations :

$$\begin{cases} p+a=425 \\ f+a=375 \\ p=1.25f \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p-f=50,(l_1-l_2) \\ f+a=375 \\ p=\dfrac{5}{4}f \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5}{4}f-f=50,(l_3\rightarrow l_1) \\ f+a=375 \\ p=\dfrac{5}{4}f \end{cases}$$

Ce qui nous donne $f=200$ puis $a=175$ et alors $p=250$.

Conclusion :

A. FAUX **B. VRAI** **C. FAUX** **D. VRAI** (460 lundi)

Exercice 4

A. La somme des notes est égale à la moyenne fois le nombre de notes, c'est-à-dire ici : $S_p=8\times 12.1=96.8$.

Conclusion : FAUX

B. On sait de plus que la somme totale des notes, Elisabeth et Sylvie inclues est de $S=10\times 12.2=122$. Donc La somme des deux notes d'Elisabeth et Sylvie vaut : $E+S=122-96.8=25.2$ et de plus on sait que $E-S=0.8$ ce qui nous donne, en additionnant ces deux équations : $2E=26\Leftrightarrow E=13$ et donc $S=12.2$

Conclusion : VRAI

C. FAUX

D. Les quatre étudiants dont on connait le nom ont obtenus un total de :

$$12.2+13+16.8+8=50$$

Ce qui laisse un total de : $122-50=72$ points aux 6 autres élèves, soit une moyenne de : $\dfrac{72}{6}=12$.

Conclusion : VRAI

Exercice 5

A. Volume d'un cylindre : $V=\pi R^2 h$, volume d'un cône de hauteur triple :

$V=\frac{1}{3}\pi R^2(3h)=\pi R^2 h$

Conclusion : VRAI

B. Si on triple le rayon du cône : $V=\frac{1}{3}\pi\left(3R\right)^2 h=\frac{1}{3}\pi 9R^2 h=3\pi R^2 h$.

Conclusion : FAUX

C. Triplons hauteur et rayon : $V=\frac{1}{3}\pi\left(3R\right)^2(3h)=\frac{1}{3}\pi 9R^2 3h=9\pi R^2 h$

Conclusion : FAUX (9 fois)

D. On doit égalité des volumes soit : $V=\pi R^2 h=\frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow r^3=\frac{3}{4}R^2 h \Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\frac{3R^2 h}{4}}$

VRAI.

Exercice 6

D'après la quatrième information, on sait qu'il ne se rend pas à Falkland et d'après la contraposée de la troisième information il ne se rend donc pas à Tristan. Puisqu'il ne se rend pas a Tristan, d'après la contraposée de la première information il se rend aux Marquises et d'après la seconde information il se rend donc aux Galápagos

A. FAUX. **B. VRAI** **C. VRAI** **D. FAUX**

Exercice 7

A. Si la personne entre avec une somme E_n elle dépense donc $E_n/2+\alpha$, il lui reste alors $S_n=E_n-E_n/2-\alpha=\frac{E_n}{2}-\alpha$. Soit $2S_n=E_n-2\alpha \Leftrightarrow E_n=2\left(S_n+\alpha\right)$. **VRAI.**

B. Si c'est bien la somme qui lui reste en rentrant dans le dernier magasin, il lui restera 0 en en sortant. Supposons qu'il lui reste 2α, alors en sortant il lui restera $\frac{2\alpha}{2}-\alpha=0$. C'est donc **VRAI.**

C. On remarque que $E_{n+1}=S_n$, d'après ce qui précède ceci équivaut à $E_n=2\left(E_{n+1}+\alpha\right)$. Il nous suffit donc de remonter : $E_5=2\alpha=20$ donc

$E_4 = 2(20+10) = 60, E_3 = 2(70) = 140$ puis $E_2 = 300, E_1 = 620$. Il avait donc 620 euros en entrant dans le premier magasin. **FAUX.**

D. On voit dans la question précédente qu'avec $\alpha = 10$ la valeur 610 initiale n'est pas possible, il faut soit 300 ou 620. **FAUX.**

Exercice 8

Déroulons le jeu dans le sens inverse pour voir ce qui se passe :

Manche	André	Bernard	Claude
13	9	1	17
12	18	2	7
11	9	4	14
10	18	8	1
9	7	16	2
8	14	9	4
7	1	18	8
6	2	9	16
5(point de départ)	**4**	**18**	**5**
4	2	9	16
3	1	18	8
2	14	9	4
1	7	18	2
Début	17	9	1

A chaque manche deux joueurs doublent leurs avoirs, donc lorsque l'on remonte, 2 joueurs voient leurs avoirs divisés par 2, ce qui signifient que les gagnants de la manche précédente ont nécessairement une somme paire au début de la manche précédente. On remonte jusqu'à ce que l'on bloque, on arrive à avoir nombre impairs, on ne peut donc pas « reculer » plus. On trouve dans un sens, les sommes possédées initialement, et dans l'autre sens le moment où l'on « bloque ».

A. FAUX (On peut encore continuer le jeu).

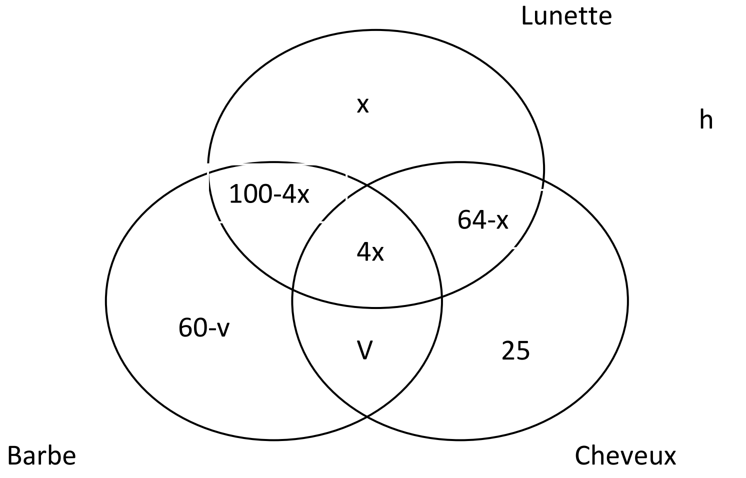
B. FAUX (C'est la somme à la fin de la première manche).

C. VRAI (Il a perdu 6 manche, et les deux autres 7 et 8 manches).

D. VRAI (D'une part elle est évidement constante, et d'autre part, à 27).

Exercice 9

Représentons la situation sur ce schéma :



224 nains sont chauves :

$x+100-4x+60-v+h=224 \Leftrightarrow -3x-v+h=64$

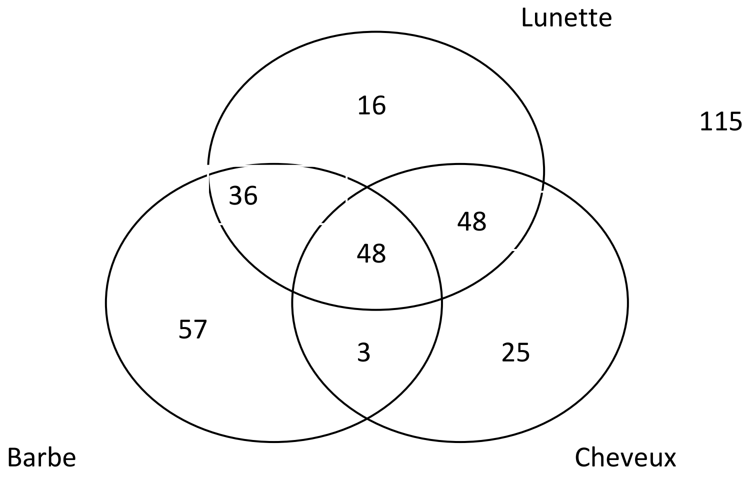
200 n'ont pas de lunettes :

$60-v+v+25+h=200 \Leftrightarrow h=115$

131 sont chauves sans barbes :

$x+h=131 \Leftrightarrow x=131-h=131-115=16 \Leftrightarrow x=16$

Ce qui nous donne enfin $-3x-64+h=v \Leftrightarrow v=3$



A. FAUX (28).

B. FAUX (115).

C. FAUX (124).

D. VRAI.

Exercice 10

Faisons un tableau pour se représenter la situation : (en complétant à l'aide des informations de l'énoncé.

	Ouvriers	Agents de maitrise	Cadres	Total
Hommes	408			696
Femmes		144		504
Total	600		240	1200

On peut compléter les lignes et les colonnes où il ne manque qu'une information.

	Ouvriers	Agents de maitrise	Cadres	Total
Hommes	408			696
Femmes	**192**	144		504
Total	600	**360**	240	1200

Puis on remplit progressivement de plus en plus de cases :

	Ouvriers	Agents de maitrise	Cadres	Total
Hommes	408	**216**	**72**	696
Femmes	192	144	**168**	504
Total	600	360	240	1200

A. FAUX (Ce sont les cadres).

B. VRAI

C. VRAI

D. FAUX (20% fait moins de 140)

Exercice 11

On va encore s'aider d'un tableau :

	Région	Langue	Etudes
Amélie	Bretagne		
Bruno			
Christine		Chinois	

On sait que Bruno a fait un an d'études de moins que Christine, donc soit Bruno a fait bac+1 et Christine bac+2 soit Bruno bac +2 et Christine bac +3. Supposons que l'on soit dans la première situation on aurait alors :

	Région	Langue	Etudes
Amélie	Bretagne		
Bruno			Bac +1
Christine		Chinois	Bac +2

Amélie a alors un niveau bac +3 soit :

	Région	Langue	Etudes
Amélie	Bretagne		**Bac +3**
Bruno			Bac +1
Christine		Chinois	Bac +2

Or seuls Amélie et Bruno n'ont pas encore de langues, donc l'un fait de l'espagnol et l'autre de l'allemand. Or celui qui a fait de l'espagnol a fait seulement 1 an d'étude de plus que celui qui fait de l'allemand, c'est impossible, ici il y a forcement une différence de deux ans, le bon tableau est donc :

	Région	Langue	Etudes
Amélie	Bretagne	Allemand	Bac +1
Bruno		Espagnol	Bac +2
Christine		Chinois	Bac +3

Et puisque celui qui fait de l'espagnol ne vient pas d'Aquitaine on a finalement :

	Région	Langue	Etudes
Amélie	Bretagne	Allemand	Bac +1
Bruno	Rhône-Alpes	Espagnol	Bac +2
Christine	Aquitaine	Chinois	Bac +3

A. FAUX B. VRAI C. FAUX D. VRAI

Exercice 12

A. Supposons que Pierre soit coupable, alors il a un seul complice. Si Robert n'est pas le complice, il n'est pas coupable, d'après la deuxième information Jean n'est pas coupable ! Donc Pierre n'a pas de complice, c'est absurde. Le complice de Pierre serait donc nécessairement Robert. Or si Robert est coupable, Jean aussi, donc Pierre a deux complices cette fois ! C'est aussi absurde. Conclusion : Pierre n'est pas coupable. **FAUX.**

B. Pierre n'est pas coupable donc d'après la troisième information Robert est coupable et donc Jean aussi. **VRAI.**

C. VRAI D. FAUX.

Exercice 13

A. Si $y=\frac{x}{2}$ alors l'aire de la surface I est de $A_I=\text{base}\times\text{hauteur}=\frac{x}{2}\times x=\frac{x^2}{2}$. L'aire de la surface II est de $A_{II}=\left(\frac{\text{petite base + grande base}}{2}\right)\times\text{hauteur}=\frac{x+x/2}{2}\times x$, soit $A_{II}=\frac{3x^2}{4}$.

La surface totale cultivée est donc de $A=A_I+A_{II}=\frac{x^2}{2}+\frac{3x^2}{4}=\frac{5x^2}{4}$. La parcelle I représente donc $\frac{A_I}{A}=\frac{x^2/2}{5x^2/4}=\frac{x^2}{2}\times\frac{4}{5x^2}=\frac{2}{5}$. La parcelle I représente bien les 2/5 de la surface cultivée totale. **VRAI.**

B. La surface totale cultivée est de : $xy+\frac{x+y}{2}\times x=x\left(y+\frac{x+y}{2}\right)=x\left(\frac{3y+x}{2}\right)$ Or puisque la parcelle I a un périmètre de 2000m on a l'équation suivante : $2x+2y=2000$ soit, $y=1000-x$, on remplace cette valeur dans l'expression de la surface totale : $x\left(\frac{3000-3x+x}{2}\right)=1500x-x^2$. **FAUX.**

C. Soit *A(x)* la surface cultivée, on a $A(x)=x^2-1500x$, on a $A'(x)=2x-1500$ et $A'(x)=0\Leftrightarrow x=750$. Si la fonction *A(x)* admet un extrema, c'est pour $x=750\text{ m}$. **FAUX.**

D. Si $y=900$ alors $x=100$ et la surface cultivée est donc de $A(100)=-10000+150000=140000\text{ m}^2$. **VRAI.**

Exercice 14

A. Soit t le multiplicateur de la taxe. On a alors l'équation suivante :

$$54=125\times0.8\times0.9\times0.5\times t\Leftrightarrow 54=125\times0.36t\Leftrightarrow 54=\frac{125\times36t}{100}$$

Soit encore :

$$t=\frac{100\times54}{36\times125}=\frac{4\times54}{5\times36}=\frac{54}{5\times9}=\frac{6}{5}=1.20$$

La taxe est donc de 20%. Le prix TTC est donc de $125\times1.2=150$ €. **FAUX.**

B. Le prix TTC après les deux premières démarques est de $150\times0.9\times0.8=135\times0.8$, donc 108 € soit une réduction de 42€. **VRAI.**

C. On a déjà vu que le taux de la taxe est de 20%. **FAUX.**

D. VRAI.

Exercice 15

Supposons que la première réponse soit négative, alors la deuxième et positive, et puisqu'il est impossible qu'exactement deux réponses soient positives, la troisième est nécessairement négative.

Supposons que la première réponse soit positive, alors au moins l'une des deux autres est aussi positive, or puisqu'il est impossible qu'exactement deux soient positives, la troisième est nécessairement positive aussi.

Les deux situations possibles sont donc :

1) Non, 2) Oui , 3) Non
1) Oui, 2) Oui, 3) Oui

A. VRAI B. VRAI C. FAUX D. VRAI

Exercice 16

A. *f* est définie en 1, **FAUX.**

B. On a $\lim_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$. La droite d'équation $x=-1$ est asymptote à la courbe de *f*. **VRAI.**

C. On a $\lim_{x\to+\infty}\frac{x-1}{x+1}=1$ et par composition des limites $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}=1$. **FAUX.**

D. C'est une racine carré, c'est donc toujours positif ou nul. **VRAI.**

Exercice 17

A. *f* est définie pour $\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}>0$ or $1+\sqrt{1+x^2}>0$ et donc $\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}>0$ pour $x>0$. **VRAI.**

B. $\dfrac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}=\dfrac{1+\sqrt{x^2\left(\dfrac{1}{x^2}+1\right)}}{x}=\dfrac{1+x\sqrt{\dfrac{1}{x^2}+1}}{x}=\dfrac{1}{x}+\sqrt{\dfrac{1}{x^2}+1}$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}=1$ puis par composition des limites $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}\right)=\ln(1)=0$. **VRAI.**

C. Sur $]0,+\infty[$, $f(x)=\ln(1+\sqrt{1+x^2})-\ln(x)$. On pose :

$u(x)=1+\sqrt{1+x^2}, u'(x)=\dfrac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ puis on a :

$$f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}-\frac{1}{x}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\times\frac{1}{1+\sqrt{x^2+1}}-\frac{1}{x}=\frac{x^2-\sqrt{x^2+1}\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}{x\sqrt{x^2+1}\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}$$

$$f'(x)=\frac{x^2-\sqrt{x^2+1}-x^2-1}{x\sqrt{x^2+1}\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}=\frac{-(\sqrt{x^2+1}+1)}{x\sqrt{x^2+1}\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}=\frac{-1}{x\sqrt{x^2+1}}$$

VRAI.

D. FAUX, $f'(x)<0$ la fonction est décroissante sur $]0,+\infty[$ et ne peut donc avoir un minimum en -1.

Exercice 18

A. On multiplie par e^x au numérateur et au dénominateur :

$f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\times\dfrac{e^x}{e^x}=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$. **VRAI.**

B. $f(-x)=\dfrac{e^{-x}-e^x}{e^{-x}+e^x}=-\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}=-f(x)$. La fonction est impaire, donc symétrique par rapport au centre du repère et non par rapport à l'axe des ordonnés. **FAUX.**

C. On pose $u(x)=e^x-e^{-x}, u'(x)=e^x+e^{-x}$ et $v(x)=e^x+e^{-x}, v'(x)=e^x-e^{-x}$. On remarque que $u'=v, v'=u$ on a alors :

$f'(x)=\dfrac{u'v-v'u}{v^2}=\dfrac{v^2-u^2}{v^2}=\dfrac{v^2}{v^2}-\left(\dfrac{u}{v}\right)^2=1-f^2(x)$. **VRAI.**

D. De même on remarque que $f(x)=\dfrac{u}{v}=\dfrac{v'}{v}$ donc $F(x)=\ln(v)=\ln\left(e^x+e^{-x}\right)$ soit :

$\int_2^3 f(x) = F(3) - F(2) = \ln\left(e^3 + e^{-3}\right) - \ln\left(e^2 + e^{-2}\right) = \ln\left(\frac{e^3 + e^{-3}}{e^2 + e^{-2}}\right)$. **FAUX.**

Exercice 19

A. $f'(x) = 2x\ln(x) + \frac{1}{x} \times x^2 - 2x = 2x\ln(x) + x - 2x = x\left(2\ln(x) - 1\right)$**.**

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left(2\ln(x) - 1\right) = 0,$ sur $\left]0, +\infty\right[$ **,** soit $x = e^{1/2} = \sqrt{e}$. On sait alors que *f* est croissante sur $\left]0, \sqrt{e}\right]$ et décroissante sur $\left[\sqrt{e}, +\infty\right[$. On fait le tableau de variation de *f* :

X	0 $\sqrt{e}$	$+\infty$
f	0 $-\frac{1}{2}e^2$	$+\infty$

En utilisant le théorème des valeurs intermédiaires on obtient que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $\left]0, +\infty\right[$ **. FAUX.**

B. VRAI (cf. tableau de variations)

C. VRAI (cf. tableau de variations)

D. L'équation de la tangente est : $y = f'(1)(x-1) + f(1) = -x + 1 - 1 = -x$. **FAUX.**

Exercice 20

A. VRAI, on ne peut diviser par 0.

B. Supposons $m < -1$, on a :

$$(E) \Leftrightarrow \frac{2x-1}{m+1} - \frac{2x-5}{2(m+1)} > \frac{x+2}{3} \Leftrightarrow 12x - 6 - 6x + 15 < 2(m+1)(x+2)$$

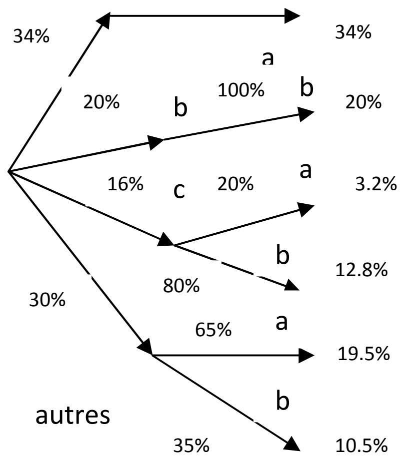
$$(E) \Leftrightarrow 6x + 9 < 2(m+1)(x+2) \Leftrightarrow (4-2m)x < 4m - 5$$

Puisque $m < -1$ alors $(4-2m) > 0$ et donc $(E) \Leftrightarrow x < \frac{4m-5}{(4-2m)}$. **FAUX.**

C. Si $-1<m<2$ $(E) \Leftrightarrow x > \dfrac{4m-5}{(4-2m)}$. **FAUX.**

D. Si $m=2$ $(E) \Leftrightarrow \dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{2x-5}{6} > \dfrac{x+2}{3} \Leftrightarrow \dfrac{3}{6} > \dfrac{2}{3}$, pas de solutions. **VRAI.**

Exercice 21



A. On lit sur l'arbre que le pourcentage ayant voté pour *a* au second tour est de 56.7%. **VRAI.**

B. FAUX.

C. VRAI. (cf. arbre)

D. $P_{A_2}(C_1) = \dfrac{P(C_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \dfrac{3.2}{56.7} > 0.02$. **FAUX.**

Exercice 22

A. $u_0 = \int_0^1 e^{-x}dx = -e^{-1} + e^{-0} = 1-e^{-1}$. **VRAI.**

B. $u_n = e^{-n} - e^{-n-1} = e^{-n}\left(1-e^{-1}\right)$. Suite géométrique de raison e^{-1} et de premier terme $1-e^{-1}$.

C. $0 < e^{-1} < 1$, **VRAI.**

D. $S_n = \left(1-e^{-1}\right)\dfrac{1-e^{-n-1}}{1-e^{-1}} = 1-e^{-n-1}$. **VRAI.**