

CONCOURS ADVANCE
2013-2014

CORRECTION ADVANCE 2013
MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

Il faut faire la distinction entre les 'Bob' de la classe et les 'Bob' en général.

- A. FAUX
On ne peut savoir si les Bob de la classe sont doués ou pas.
- B. FAUX
Tous les élèves doués s'appellent Bob, mais l'énoncé ne dit pas que tous les Bob sont doués : Bob peut être dans la classe et ne pas être doué.
- C. FAUX
La plupart ne veut pas dire tous.
- D. VRAI
La plupart s'appellent Bob : il y a donc forcément des Bob, qui sont tous doués.
- E. FAUX
Bob peut être doué, en dehors de la classe.

EXERCICE 2

- A. FAUX
 $f'(x) = 2u'u = 2 * \cos x * \sin x$
- B. FAUX
 $f'(x) = \frac{u'}{u} = \frac{2x}{1+x^2}$
- C. VRAI
 $f'(x) = \frac{u'}{2\sqrt{u}} = \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

D. FAUX

$$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{1 * (x+5) - 1 * (x+3)}{(x+5)^2} = \frac{2}{(x+5)^2}$$

E. VRAI

$$f'(x) = uv' + u'v = e^x + xe^x = (x+1)e^x$$

EXERCICE 3

A. VRAI

En posant $X = \ln x$, on obtient deux solutions

$$\begin{cases} X = \ln x = 3 \\ X = \ln x = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e^3 \\ x = e^{-\frac{5}{2}} \end{cases}$$

B. VRAI

En posant $X = e^x$, on obtient une solution $x = \ln 3$.

$$\begin{cases} X = e^x = 3 \\ X = e^x = -\frac{5}{2} \end{cases} \text{ IMPOSSIBLE}$$

C. VRAI

$$\ln(x-1) + \ln(3x+2) = \ln(13+x^2)$$

$$\Leftrightarrow \ln((x-1)(3x+2)) = \ln(13+x^2)$$

avec $x-1$ et $3x+2$ strictement positifs pour pouvoir calculer les ln de la 1^{ère} ligne.

$$\Leftrightarrow \ln(-2-5x+3x^2) = \ln(13+x^2)$$

$$\Leftrightarrow 13+x^2 = -2-5x+3x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

La solution $-\frac{5}{2}$ doit être écartée car $\ln\left(-\frac{5}{2} - 1\right)$ ne peut être calculé.

D. VRAI

$$\begin{aligned} 2(\ln x)^2 - \ln x - 15 &= 2(\ln x - 3) \\ \Leftrightarrow 2(\ln x)^2 - 3\ln x - 9 &= 0 \end{aligned}$$

En posant $X = \ln x$

$$\Delta = 9 + 4 * 2 * 9 = 81 = 9^2$$

$$\begin{cases} X = \ln x = \frac{3-9}{4} = -\frac{3}{2} \\ X = \ln x = \frac{3+9}{4} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e^{-\frac{3}{2}} \\ x = e^3 \end{cases}$$

E. VRAI

En posant $X = e^x$,

$$\Delta = 49 - 4 * 2 * 3 = 25 = 5^2$$

$$\begin{cases} X = e^x = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} \\ X = e^x = \frac{7+5}{4} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \\ x = \ln 3 \end{cases}$$

EXERCICE 4

A. VRAI

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{1 + (-x)^2} = -\frac{x^3}{1 + x^2} = -f(x)$$

f est impaire : sa courbe est symétrique par rapport à l'origine.

B. VRAI

$$f(x) = -f(-x)$$

En dérivant, on obtient : $f'(x) = -[(-1) * f'(-x)] = f'(-x)$.

f' est paire.

On peut retenir que la dérivée d'une fonction paire dérivable est impaire et que la dérivée d'une fonction impaire dérivable est paire.

C. VRAI

$$f'(x) = \frac{3x^2 * (1+x^2) - 2x * x^3}{(1+x^2)^2} = \frac{x^4 + 3x^2}{(1+x^2)^2} > 0 \text{ pour } x \neq 0$$

$f'(a) = 0$ admet une unique solution pour $x = 0$.

D. VRAI

La dérivée est strictement positive, sauf en 0 : f est strictement croissante.

E. VRAI

$$f(x) - x = \frac{x^3}{1+x^2} - x = \frac{x}{1+x^2} \geq 0 \text{ sur } [0; +\infty[$$

EXERCICE 5

A. FAUX

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$$

B. VRAI

$$f'(4) = \frac{1}{2 * 2} - \frac{1}{4} = 0$$

C. VRAI

$$f'(x) = \frac{x - 2\sqrt{x}}{2x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$$

Donc $f'(x) \leq 0$ pour $x \leq 4$ et $f'(x) \geq 0$ pour $x \geq 4$

f est décroissante jusqu'à 4 puis croissante : sa valeur minimale est donc

$$f(4) = 2 - \ln 2 > 0$$

D. VRAI
 $f(1) = 1$

E. VRAI

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 - \infty = -\infty.$$

La courbe de f admet une asymptote verticale d'équation $x = 0$

EXERCICE 6

A. VRAI

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{x+2}{x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{1 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \right) = \ln 1 = 0$$

La courbe de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$

B. VRAI

$$f'(x) = \frac{u'}{u} = \frac{\frac{x+1 - (x+2)}{(x-1)^2}}{\frac{x+2}{x+1}} = \frac{3}{(x-1)^2} * \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{(x+1) * (x+2)}$$

C. VRAI

$$f'(x) > 0 \text{ sur }]-1; +\infty[$$

D. VRAI

$$f(1) - 1 = \ln \left(\frac{3}{2} \right) - 1 < 0 \quad \left(\frac{3}{2} < e \text{ donc } \ln \left(\frac{3}{2} \right) < \ln e = 1 \right)$$

E. VRAI

- $f(0) - 0 = \ln 2 > 0$
- $f(1) - 1 < 0$

$x \rightarrow f(x) - x$ étant continue, le théorème des valeurs intermédiaires nous permet de dire qu'il existe $x \in]0; 1[$ tel que $f(x) - x = 0$.

EXERCICE 7

A. FAUX

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos x} dx = [-\ln(\cos x)]_{\pi/6}^{\pi/3} = -\ln \frac{1}{2} + \ln \frac{\sqrt{3}}{2} = \ln \frac{\sqrt{3}}{2} * 2 = \ln \sqrt{3}$$

B. FAUX

$$I = \ln \sqrt{3}$$

C. VRAI

$$J = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x} dx = [\ln(\sin x)]_{\pi/6}^{\pi/3} = \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \ln \frac{1}{2} = \ln \sqrt{3}$$

D. VRAI

$$\begin{aligned} I + J &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x} dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{(\cos x)^2 + (\sin x)^2}{\cos x \sin x} dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{(\sin 2x)/2} dx = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{2}{\sin 2x} dx \end{aligned}$$

E. VRAI

$$I + J = 2 \ln \sqrt{3} = \ln(\sqrt{3}^2) = \ln 3$$

EXERCICE 8

A. FAUX

$$u_{n+1} = u_n + 10\% * u_n = 110\% * u_n = \frac{11}{10} * u_n$$

B. FAUX

$$u_3 = \left(\frac{11}{10}\right)^3 u_0$$

C. VRAI

La suite est géométrique, de raison supérieure strictement à 1 et de premier terme positif : elle est croissante

D. VRAI

$$(1,1)^n > 2 \Leftrightarrow$$

$$\ln((1,1)^n) > \ln 2 \Leftrightarrow n \ln(1,1) > \ln 2 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 2}{\ln(1,1)} \sim \frac{0,301}{0,041} \sim 7,3$$

Il faut donc 8 années pour doubler le capital.

E. FAUX

$$(1,1)^n > 2 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 4}{\ln(1,1)} = 2 \frac{\ln 2}{\ln(1,1)} \sim 14,6$$

15 années sont suffisantes pour quadrupler le capital.

EXERCICE 9

A. FAUX

Contre-exemple : $u_n = n * \cos n$

La suite n'est ni minorée, ni majorée et ne tends ni vers + ou - ∞ .

(On observe des oscillations de plus en amples vers les positifs et les négatifs).

B. FAUX

C'est une erreur classique : la propriété de votre cours vous dit qu'une suite majorée et croissante CONVERGE.

Mais, il ne vous dit pas qu'elle converge vers le majorant.

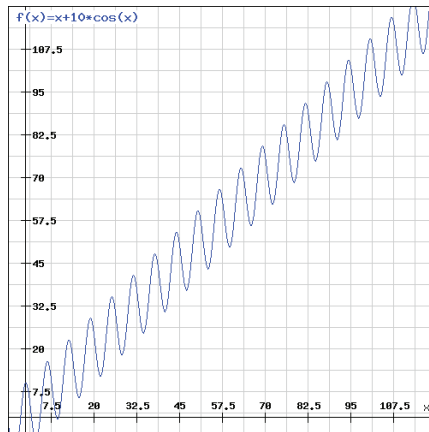
Contre-exemple : $u_n = 2 - \frac{1}{n}$ est croissante et majorée par 10, 13, 20 ou 100000.

Mais elle converge vers 2

C. FAUX

Contre-exemple : $u_n = n + 10 \cos n$

Tracez la fonction associée pour comprendre que la suite n'est pas croissante.



Or, $u_n - 10 \leq u_n \leq u_n + 10$: le théorème des gendarmes permet de conclure que cette suite tend vers $+\infty$.

D. VRAI

Définition de la convergence : si u tend vers 1, alors, en considérant un intervalle autour de 1, peu importe son amplitude, à partir d'un certain rang, tous les termes de la suite seront dans cet intervalle.

Par exemple, à partir d'un certain rang, tous les termes seront forcément dans l'intervalle $[0,999; 1,001]$

Ils seront donc a fortiori positifs..

E. FAUX

Ca marche si la suite est convergente ...

Contre-exemple en cas de divergence : $u_n = 1 + (-1)^n$ dont les termes valent tour à tour 0 ou 2.

- La suite ne converge pas.
- Mais on a toujours : $u_n + u_{n+1} = 0 + 2 = 2$.

$$\text{Donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n + u_{n+1}}{2} = 1$$

EXERCICE 10

A. VRAI

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-2x} = +\infty \text{ donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{-2x} + 3 = -\infty$$

B. VRAI

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-2x} = 0 \text{ d'après les croissances comparées.}$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$$

C. FAUX

$$f'(x) = e^{-2x} + x * (-2) * e^{-2x} = e^{-2x}(1 - 2x).$$

- La dérivée est positive jusqu'à 0,5 puis négative.
- La fonction est croissante sur $]-\infty; 0,5]$ et décroissante sur $[0,5; +\infty[$

D. FAUX

L'équation de la tangente est :

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1) = e^{-2}(1 - 2)(x - 1) + e^{-2} + 3$$

$$y = -x e^{-2} + 2e^{-2} + 3$$

E. VRAI

$f'(0) > 0$ et $f'(2) < 0$: le produit est négatif.

EXERCICE 11

A. VRAI

$$\begin{aligned} f(-x) &= (\sin(-x))^2 + \cos(-x) \\ &= (-\sin x)^2 + \cos(x) = (\sin x)^2 + \cos(x) = f(x). \end{aligned}$$

B. VRAI

$$\begin{aligned} f(x + \pi) &= (\sin(x + \pi))^2 \\ &+ \cos(x + \pi) = (-\sin x)^2 - \cos(x) = (\sin x)^2 - \cos(x) \neq f(x) \end{aligned}$$

C. VRAI

$$f'(x) = 2\cos x * \sin x - \sin x = 2\sin x \left(\cos x - \frac{1}{2}\right)$$

Sur $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$, $\cos x \leq \frac{1}{2}$ et $\sin x \geq 0$: la dérivée est négative, la fonction est donc décroissante.

D. VRAI

Sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, $\cos x \geq \frac{1}{2}$ et $\sin x \geq 0$: la dérivée est positive, la fonction est donc croissante.

E. VRAI

Sur $[0; \pi]$, la valeur maximale de f est $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

$$f(x) \leq \frac{5}{4}$$

EXERCICE 12

A. VRAI

B. VRAI

Il nous faudrait connaître $P(\bar{I} \cap M)$: soit la probabilité d'être malade et de ne pas avoir reçu le vaccin 1.

C. FAUX

$$P(I) = \frac{1}{4}$$

D. FAUX

C'est $P_{\bar{I}}(M)$ qui vaut 0,94.

E. VRAI

$$\begin{aligned} \frac{P_{\bar{I}}(M)}{P_{II}(M)} &= \frac{\frac{P(\bar{I} \cap M)}{P(\bar{I})}}{\frac{P(II \cap M)}{P(II)}} \\ &= \frac{P(M) * P_M(\bar{I})}{P(M) * P_M(II)} * \frac{P(II)}{P(\bar{I})} \\ &= \frac{P_M(\bar{I})}{P_M(II)} * \frac{P(II)}{P(\bar{I})} \end{aligned}$$

EXERCICE 13

A. VRAI

$$P(X = 2) = \frac{3}{10} * \frac{9}{10} + \frac{7}{10} * \frac{1}{10} = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}$$

B. FAUX

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 5) = \frac{17}{50} + \frac{3}{10} * \frac{1}{10} = \frac{37}{100}$$

C. FAUX

Pour qu'il soit bénéficiaire, il faut qu'il gagne 5 euros.

$$P(X = 5) = \frac{3}{100}$$

D. VRAI

Le bénéfice moyen =

$$2,5 - \frac{3}{100} * 5 + \frac{34}{100} * 2 + \frac{63}{100} * 1 = 2,5 - \frac{146}{100} = \frac{104}{100} > 1.$$

E. FAUX

$$m - \frac{146}{100} > 0,60 \Leftrightarrow m > 0,60 + \frac{146}{100} = \frac{206}{100} = \mathbf{2,06}$$

EXERCICE 14

A. FAUX

$$z' = e^{-\frac{i\pi}{4}}$$

B. FAUX

$$z * z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} + i\left(\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

C. FAUX

$$z * z' = e^{-\frac{i\pi}{4}} * e^{\frac{i\pi}{3}} = e^{i\pi\frac{(4\pi-3\pi)}{12}} = e^{\frac{i\pi}{12}}$$

D. VRAI

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}$$

E. VRAI

$$\begin{aligned} \tan\left(\frac{\pi}{12}\right) &= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{6 + 2 - 2\sqrt{12}}{6 - 2} \\ &= 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

EXERCICE 15

A. VRAI

$$z = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt{2} e^{+i\frac{\pi}{4}}$$

$$\frac{z^3}{\bar{z}} = \frac{(\sqrt{2})^2 e^{+3i\frac{\pi}{4}}}{e^{-i\frac{\pi}{4}}} = 2e^{+4i\frac{\pi}{4}} = 2e^{i\pi} = \frac{1}{2} (\sqrt{2} e^{+i\frac{\pi}{4}})^4 = \frac{1}{2} (z)^4$$

B. VRAI

$$\frac{z^3}{\bar{z}} = 2e^{i\pi} = -2 \quad \text{donc} \quad \frac{\bar{z}}{z^3} = -\frac{1}{2} \quad \text{qui est bien un réel.}$$

C. VRAI

$$\frac{\bar{z}^4}{z^2} = 2 \frac{e^{-\frac{4i\pi}{4}}}{e^{+2i\frac{\pi}{4}}} = -2e^{-\frac{i\pi}{2}} = 2i \quad \text{qui est bien un imaginaire pur.}$$

D. VRAI

$$\text{Exemple} = z^4 = -4$$

E. VRAI

$$\arg(z^n) = n * \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

$$\arg(z^6) = 6 * \frac{\pi}{4} [2\pi] = \frac{3\pi}{2} [2\pi] = -\frac{\pi}{2} [2\pi]$$

EXERCICE 16

A. VRAI

$$\begin{aligned} \vec{IL} \cdot \vec{IK} &= (2\vec{I}j - 3\vec{I}k) \cdot \vec{IK} = 2\vec{I}j \cdot \vec{IK} - 3 * 2 * 2 = 2 * 3 * 2 * \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 12 \\ &= 12 * \frac{1}{2} - 12 = -6 \end{aligned}$$

B. VRAI

$$\begin{aligned}\vec{IL} \cdot \vec{IL} &= (2\vec{IJ} - 3\vec{IK}) \cdot (2\vec{IJ} - 3\vec{IK}) = 4\vec{IJ} \cdot \vec{IJ} + 9\vec{IK} \cdot \vec{IK} - 6\vec{IJ} \cdot \vec{IK} - 6\vec{IK} \cdot \vec{IJ} \\ &= 4 * 3 * 3 + 9 * 2 * 2 - 12 * \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) * 2 * 3 = \mathbf{36}\end{aligned}$$

C. VRAI

$$\begin{aligned}\vec{IL} \cdot \vec{IM} &= (2\vec{IJ} - 3\vec{IK}) \cdot (-\vec{IJ} + 4\vec{IK}) \\ &= -2\vec{IJ} \cdot \vec{IJ} - 12\vec{IK} \cdot \vec{IK} + 8\vec{IJ} \cdot \vec{IK} + 3\vec{IK} \cdot \vec{IJ} \\ &= -2 * 9 - 12 * 4 + -11 * 6 * \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \mathbf{-33}\end{aligned}$$

D. VRAI

$$\begin{aligned}\vec{IM} \cdot \vec{IM} &= (-\vec{IJ} + 4\vec{IK}) \cdot (-\vec{IJ} + 4\vec{IK}) = \vec{IJ} \cdot \vec{IJ} + 16\vec{IK} \cdot \vec{IK} - 4\vec{IJ} \cdot \vec{IK} - 4\vec{IK} \cdot \vec{IJ} \\ &= 3 * 3 + 16 * 4 - 8 * 6 * \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \mathbf{49}\end{aligned}$$
$$\cos(\widehat{LIM}) = \frac{\vec{IL} \cdot \vec{IM}}{IL * IM} = -\frac{33}{\sqrt{36} * \sqrt{49}} = -\frac{33}{2 * 3 * 7} = -\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{14}}$$

E. VRAI

Les cosinus des angles compris dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ prennent des valeurs comprises dans $[-1; 0]$, dont fait partie $-\frac{11}{14}$.

CORRECTION ADVANCE 2013
PHYSIQUE

EXERCICE 1

A. FAUX

Par convention la flèche symbolisant le champ électrique va du plus grand potentiel (borne positive) vers le plus petit potentiel (borne négative)

B. VRAI

$$F = qE = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5000 = 8,0 \cdot 10^{-16} \text{N.}$$

C. VRAI

$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$ or la seule force qui s'applique ici est celle du au champ électrique qui est de direction verticale et dirigée vers le haut

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \text{ donc } a = \frac{F}{m} = \frac{8,0 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-27}} = 5,0 \cdot 10^{11} \text{m.s}^{-2}$$

D. FAUX

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = qE \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x(t) = V_0 \\ v_z(t) = qEt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = V_0 t \\ z(t) = \frac{qEt^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow z(x) = \frac{qEx^2}{2V_0^2}$$

EXERCICE 2

A. FAUX

Le signal est bien périodique, en revanche un son pur correspond à un signal sinusoïdal ce qui n'est pas le cas ici.

B. VRAI

$$\lambda = c \cdot T = 340 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1,7 \text{m.}$$

C. FAUX

La fréquence de la fondamentale est 200Hz ($f = 1/T$). Le troisième pic correspond à l'harmonique de rang 3. Sa fréquence est donnée par

$$f_n = n f_0 \Leftrightarrow f_3 = 3 f_0 = 3 \cdot 200 = 600 \text{Hz}$$

D. VRAI

$$I = I_0 10^{\frac{L}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{70}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^7 = 10^{-5} \text{W.m}^{-2}$$

E. VRAI

Les niveaux sonores ne s'additionnent pas, ce sont les intensités qui s'additionnent. $L = 10 \log\left(\frac{10I}{I_0}\right) = 10 \log\frac{10 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}} = 10 \log 10^8 = 80 \text{dB}$

EXERCICE 3

A. VRAI

Le chiffre 011 correspond à $0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 0 + 2 + 1 = 3$

B. VRAI

Il faut un octet (soit 8 bits) pour coder un sous pixel. Chaque pixel est composé de trois sous pixels en RVB soit 24 bits.

C. FAUX

256 est le nombre de nuances que peut prendre chaque sous pixel de chaque couleur primaire.

D. FAUX

Ce pixel correspond à une absence complète de couleur, il est donc noir.

E. VRAI

Ce code correspond à la superposition des lumières rouge et verte en égale proportion, ce qui correspond bien au jaune (synthèse additive)

EXERCICE 4

A. VRAI

$\vec{p} = m\vec{v}$ donc la quantité de mouvement est bien représentée par un

vecteur parallèle aux rails et dans le sens du mouvement (la masse étant une grandeur positive)

B. FAUX

$$p = mv = 3000 \cdot 4 = 12000 \text{ kg.m.s}^{-1}$$

C. VRAI

La quantité de mouvement se conserve donc

$$p_{\text{après}} = p_{\text{avant}} \Leftrightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Leftrightarrow v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} \quad (\text{la quantité de mouvement du wagon avant est nulle car sa vitesse est nulle})$$

D. VRAI

$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \frac{12000}{4000} = 3 \text{ m.s}^{-1}$$

E. FAUX

Pour s'immobiliser totalement, le freinage doit dissiper entièrement cette énergie (énergie cinétique nulle). Le travail résultant de la force de

$$\text{freinage est } W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}) = -F \cdot d.$$

$$\Delta E_c = W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}) \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2} m v^2 = -F \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{1}{2F} m v^2 = \frac{1}{2 \cdot 50} \cdot 4000 \cdot 5^2 =$$

$$1000 \text{ m}$$

EXERCICE 5

A. FAUX

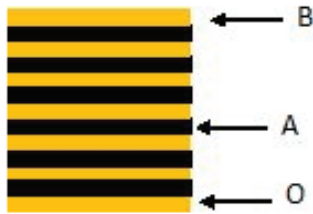
$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{530 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{0,53 \cdot 10^{-3}} = \frac{2,53 \cdot 10^{-8}}{53 \cdot 10^{-5}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

B. VRAI

D'après la relation précédente ces deux grandeurs sont proportionnelles.

C. FAUX

Le laser est situé sur l'axe de symétrie du système.



D. VRAI

Pour avoir des interférences constructives il faut $\delta = k\lambda$. Or ici $\delta(A) = 2,5\lambda$, il y a donc des interférences destructives, ce qui correspond à une frange sombre.

E. VRAI $\delta(B) = 6\lambda$. Entre A et B on a donc eu l'enchaînement ci-contre. On a donc bien eu 3 franges sombres entre A et B.

EXERCICE 6

A. FAUX

Pour chaque corps en présence, on a $\Delta U = m \cdot c \cdot \Delta T$. De plus, il n'y a pas d'échange de chaleur extérieur ce qui signifie :

$$m_1 \cdot c_1 (T_f - T_1) + m_2 \cdot c_2 (T_f - T_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow T_f = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{c_1 T_1 + c_2 T_2}{c_1 + c_2} = \frac{400 \cdot 30 + 100 \cdot 20}{400 + 100} = \frac{1200 + 200}{500} = \frac{1400}{500} = 28^\circ\text{C}$$

B. VRAI

La conduction est caractérisée par une propagation de proche en proche au sein d'un corps.

C. FAUX

$P_{th} = \frac{\lambda S (T_1 - T_2)}{d}$ avec d l'épaisseur du matériau considéré. On voit que la puissance et l'épaisseur sont inversement proportionnelles.

D. FAUX

Pour une bonne isolation il faut limiter les transferts thermiques. En utilisant la formule précédente, il faut minimiser la conduction thermique du matériau pour maximiser son isolation.

E. VRAI

$$R_{th} = \frac{T_2 - T_1}{\frac{d}{\lambda S}} = \frac{20 - 10}{\frac{0,1}{0,92 \times 20}} = 0,5 \text{KW}^{-1}$$

On peut aussi utiliser

$$R_{th} = \frac{d}{\lambda S} = \frac{0,1}{0,92 \times 20} \sim 0,5 \text{KW}^{-1}$$

EXERCICE 7

A. VRAI

C'est une question de cours. La vitesse de la lumière est absolue.

B. VRAI

C'est aussi une question de cours.

C. VRAI

$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ avec Δt la durée mesurée, v la vitesse du référentiel en mouvement et $\Delta t'$ la durée propre. Comme v ne peut être supérieure à c , alors $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ est plus petit que 1, ce qui entraîne $\Delta t > \Delta t'$.

D. FAUX

C'est l'horloge 2 qui retarde sur l'horloge 1 (ce phénomène est mis en évidence dans le film *Gravity*)

E. FAUX

Soit $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (appelé facteur de Lorentz). Il caractérise la dilatation des durées. Plus les différences de vitesses sont faibles, plus il se rapproche de 1 est donc durées propres et durées mesurées se rejoignent (et donc la dilatation ne se fait pas ressentir).

EXERCICE 8

A. FAUX

C'est une question de cours. La bonne relation est $p = \frac{h}{\lambda}$

B. FAUX

Au contraire elle met en avant la double nature de la lumière : onde et corpuscule.

C. VRAI

C'est une question de cours.

D. VRAI

C'est aussi une question de cours.

E. VRAI

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{3,3 \cdot 10^{-19}} \simeq 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{10^8}{10^{-19}} = 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 667 \text{ nm}$$

Cette longueur d'onde est bien comprise dans le domaine du visible.

EXERCICE 9

A. VRAI

Les frottements étant négligés (et la poussée d'Archimède également), la seule force s'appliquant est le poids, la fléchette est bien en chute libre.

B. VRAI

Après application du second principe, on établit $a_z(t) = -g$. On en déduit $v_z(t) = -gt + v_0$. Au sommet de la trajectoire, la vitesse de la fléchette est nulle d'où : $t = \frac{v_0}{g} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ s}$

C. FAUX

L'équation horaire est $z(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0t + 1,5$ On remplace t par le temps

déterminé précédemment : $z = \frac{-10 \cdot 0,5^2}{2} + 5,0,5 + 1,5 = 2,75m$

D. FAUX

$$v_z(t) = -gt + v_0 \text{ donc } v_z(t=1) = -10 \cdot 1 + 5 = -0,5 \text{ m.s}^{-1}$$

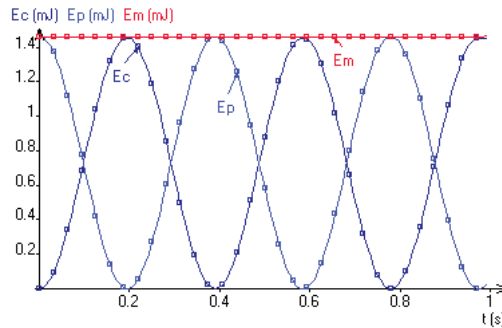
E. VRAI

$W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}) = -mgd$ avec d la distance séparant le départ et le sommet de la trajectoire. Soit $W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}) = -0,01 \cdot 10 \cdot (2,25 - 1,5) = -0,125 \text{ J}$

EXERCICE 10

A. VRAI

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,5}{10}} = 2 \cdot 0,70 = 1,4 \text{ s}$$



B. VRAI

Un pendule battant la seconde a une période de 2 secondes.

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{10 \cdot 2^2}{4 \cdot 10} = 1 \text{ m}$$

C. VRAI

$$E_p = mgz = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 0,2 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 20 \text{ mJ}$$

D. VRAI

Les frottements sont négligeables, l'énergie mécanique

se conserve. La vitesse maximum est atteinte lorsque l'énergie cinétique est maximum, qui est elle même égale à l'énergie potentielle de départ (maximale à ce moment là).

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgz \Leftrightarrow v = \sqrt{2gz} = \sqrt{2 * 10 * 0,2} = \sqrt{4} = 2 \text{ m.s}^{-1}$$

E. VRAI

C'est une question de cours/culture générale scientifique. (Principe de l'horloge atomique)

EXERCICE 11

A. FAUX

Ce type de signal est transmis par les ondes électromagnétiques dans l'air, il n'est donc pas guidé.

B. VRAI $\text{débit} = \frac{\text{nombre d'octets transmis}}{\text{temps}} = \frac{1 * 24}{0,8} = 30 \text{ o/s}$

C. FAUX $\text{temps} = \frac{\text{nbre octet}}{\text{débit}} = \frac{\text{nombre de pixel} * 3}{\text{débit}} = \frac{100 * 200 * 3}{30} = 2.10^3 \text{ s}$ Pour coder un pixel en RVB il faut trois octets (un pour chaque sous pixel de couleur)

D. VRAI Il faut observer la courbe. On regarde la plus petite variation sur la courbe 2 sur l'axe vertical (signal numérisé).

E. FAUX De même que précédemment, mais cette fois on s'intéresse à l'axe du temps. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-4}} =$

EXERCICE 12

A. VRAI

Le sens de propagation est parallèle au sens de la perturbation. On parle aussi d'onde de compression.

B. VRAI

Pour qu'une onde soit diffractée, il faut que la longueur d'onde de l'onde et l'ouverture soient du même ordre de grandeur. $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340}{340} = 1 \text{ m}$
L'ouverture de 80 cm permet donc la diffraction.

C. FAUX

Le signe « + » du dénominateur implique que la fréquence de l'émetteur est multipliée par un chiffre inférieur à 1, donc celle ci diminue.

D. VRAI

Un son grave correspond à une fréquence basse. Inversement, un son aigu correspond à une fréquence élevée.

E. FAUX

Il faut que l'émetteur et le récepteur soient en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre. Le phénomène est donc tout à fait perceptible dans le cas de figure proposé.

CORRECTION ADVANCE 2014
MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

A. FAUX

En 2013, la fricassée coûte $2 - 2 * 30\% = 1,40$ euros

B. FAUX

Entre 2012 et 2014, le prix est multiplié par $0,7 * 1,5 = 1,05$.

Soit une hausse de 5%.

C. FAUX

Les prix ne sont pas les mêmes en 2012 et 2014 et la réduction avec carte de fidélité est inchangée (-10%).

D. VRAI

$$2 * 1,05 = 2,10$$

E. FAUX

Pour 11 fricassées par an

Avec carte de fidélité : $11 * 2,10 * 0,9 = 20,79$.Avec carte bonus: $10 * 2,10 = 21$.**EXERCICE 2**

A. VRAI

Limite du cours, qu'on calcule en utilisant la limite du taux d'accroissement .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - \ln(0+1)}{x - 0}$$

$$= \text{dérivée de } x \rightarrow \ln(x+1) \text{ en } 0, \quad \text{c'est à dire } \frac{1}{1+0} = 1$$

B. VRAI

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1) - \ln(0^2 + 1)}{x - 0} \\ &= \text{dérivée de } x \rightarrow \ln(x^2 + 1) \text{ en } 0, \\ &= \text{soit } x \rightarrow \frac{2x}{x^2 + 1} \text{ en } 0 \\ &= \text{c'est à dire } \frac{2 * 0}{1 + 0} = 0\end{aligned}$$

C. VRAI

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(X + 1)}{X} = 1 \text{ en posant } X = x^2.$$

D. FAUX

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{x} * \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = 1 * \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

Or, cette limite n'existe pas. En effet, selon qu'on tend vers 0 par valeurs inférieures ou supérieures, on obtient deux limites différentes : $-\infty$ et $+\infty$.

E. FAUX

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{\ln(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} * \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(x + 1)} = 0 * 1 = 0$$

EXERCICE 3

A. FAUX

La lecture du tableau de variation ne permet pas de conclure : on sait juste que $f(4)$ est compris entre -1 et 5.

B. VRAI

Par lecture du tableau.

C. FAUX

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet 3 solutions : une dans l'intervalle $]-\infty; 0[$, une autre dans l'intervalle $]0; 2[$ et une dernière dans l'intervalle $]2; +\infty[$

D. VRAI

$f(x) = 4$ admet 2 solutions : 0 et une solution dans l'intervalle $]2; +\infty[$.

E. VRAI

$f(0)$ est positif, $f(2)$ négatif et après 2, la fonction redevient positive, mais il est impossible de savoir quand : on ne connaît donc pas le signe de $f(1)$ et de $f(3)$.

EXERCICE 4

A. VRAI

$$f(0) = \ln\left(\frac{3-0}{3+0}\right) = \ln 1 = 0$$

B. VRAI

Pour tout x dans $] -3; 3[$, $f(-x) = \ln\left(\frac{3-x}{3+x}\right) = -\ln\left(\frac{3+x}{3-x}\right) = -f(x)$
 (si $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$)

C. FAUX

Pour tout x dans $] -3; 3[$, $f(x) = \ln(3-x) - \ln(3+x)$

$$f'(x) = (-1) * \frac{1}{3-x} - \frac{1}{3+x}$$

(Il faut dériver $\ln(u)$ en calculant $u' \ln(u)$)

D. FAUX

$$f'(x) = (-1) * \frac{1}{3-x} - \frac{1}{3+x} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{6}{(x-3)(x+3)} < 0 \text{ sur }] -3; 3[.$$

f est décroissante sur tout l'intervalle $] -3; 3[$

E. VRAI

f est décroissante sur tout l'intervalle $] -3; 3[$

EXERCICE 5

A. VRAI

$$f'(x) + 2f(x) = e^{-2x} + x * (-2) * e^{-2x} + 2xe^{-2x} = e^{-2x}.$$

B. VRAI

$$\int_0^1 -2e^{-2x} = [e^{-2x}]_0^1 = e^{-2} - 1$$

C. VRAI

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{(f'(x) - e^{-2x})}{-2} dx, \text{ d'après A.}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= -\frac{1}{2} \left(\int_0^1 f'(x) dx - \int_0^1 e^{-2x} dx \right) \\ &= \frac{1}{2} (f(0) - f(1) + \int_0^1 e^{-2x} dx) \end{aligned}$$

D. FAUX

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \frac{1}{2} \left(f(0) - f(1) + \frac{e^{-2} - 1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(-e^{-2} - \frac{e^{-2} - 1}{2} \right) \\ &= \frac{1 - 3e^{-2}}{4} \end{aligned}$$

E. FAUX

$$\frac{1}{2} \int_0^1 e^{-2x} = -\frac{1}{4} \int_0^1 -2e^{-2x} = \frac{1}{4} (1 - e^{-2}) \neq \int_0^1 f(x) dx$$

EXERCICE 6

A. VRAI

u étant une suite numérique : $u_n = q^{n-p}u_p$
 $u_{16} = q^{16-6}u_6 = q^{10}u_6$

B. VRAI

$u_5u_7 = q^4u_1 * q^6u_1 = q^{10}(u_1)^2$
 $u_3u_9 = q^2u_1 * q^8u_1 = q^{10}(u_1)^2$
 Donc : $u_5u_7 = u_3u_9$

C. VRAI

Si $q=2$, $S_3 = 2 * \frac{1-2^3}{1-2} = 2 * \frac{-7}{-1} = \mathbf{14}$

D. FAUX

La raison q n'est pas forcément un entier naturel : les termes u_n et S_n ne le sont donc pas forcément non plus.

E. VRAI

$$\begin{aligned} S_n(1+q^n) &= u_1 * \frac{1-q^n}{1-q} (1+q^n) \\ &= u_1 * \frac{1-q^n + q^n - q^{2n}}{1-q} \\ &= u_1 * \frac{1-q^{2n}}{1-q} \\ &= S_{2n} \end{aligned}$$

EXERCICE 7

A. VRAI

$$f_5(x) = x^2 + 10x + 9 = (x+1)(x+9)$$

B. VRAI

$$f_m(0) = 0^2 + 2m * 0 + 9 = 9$$

C. FAUX

$$f'_m(x) = 2x + 2m = 2(x + m).$$

La valeur minimale de f_m est atteinte en $-m$.

$$f_m(-m) = m^2 - 2m * m + 9 = 9 - m^2$$

Donc, si $m > 3$, la valeur minimale de f_m est négative.

Autre méthode : contre-exemple. On calculant $f_5(-2) = -7$, on voit que la proposition est fausse.

D. VRAI

$$f'_m(x) = 0 \text{ ssi } x = -m$$

E. FAUX

$$f_{m+1}(x) - f_m(x) = 2x$$

Le signe de $f_{m+1}(x) - f_m(x)$ dépend donc du signe de x

EXERCICE 8

A. FAUX

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = (2 - (-2)) * \text{valeur moyenne} = 4 * 4 = 16$$

B. FAUX

Ce n'est pas parce que la moyenne est positive que les images sont toutes positives.

C. VRAI

La valeur moyenne d'une fonction impaire sur une intervalle $[-a; a]$ est 0.

D. VRAI

La continuité de f permet en effet d'affirmer que 4 admet forcément un antécédent.

E. FAUX

Rien ne permet d'affirmer que $\int_{-2}^2 f^2(x)dx = (\int_{-2}^2 f(x)dx)^2$

EXERCICE 9

A. FAUX

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1) < 0 \text{ sur } [-1; 1]$$

B. VRAI

f est décroissante sur $[-1; 1]$. Or, $f(1) = 0$.

Donc pour tout x de $[-1; 1]$, $f(x) \geq 0$.

C. VRAI

- $f(-1) = -1 + 3 + 2 = 4$
- $f(1) = 0$
- f décroissante strictement sur $] -1; 1[$.

Le théorème des valeurs intermédiaires permet d'affirmer que tout a dans $[0; 4]$ admet un unique antécédent dans $[-1; 1]$.

D. FAUX

Pour $x \in [-1; 1]$ $f(x) \leq 2 \Leftrightarrow x \geq 0$. (car $f(0) = 2$ et f est décroissante).

E. VRAI

Si $1 \geq x \geq \frac{1}{2}$, alors $f(x) \leq f(\frac{1}{2})$

$$f(x) \leq -\frac{1}{8} + \frac{3}{2} + 2 = \frac{27}{8}$$

EXERCICE 10

A. FAUX

Il y a 2^4 octets se terminant par 1000 (il y a 2 possibilités à chaque fois pour les 4 premiers éléments).

B. VRAI

Il y a 2^5 octets se terminant par 100 (il y a 2 possibilités à chaque fois pour les 5 premiers éléments).

C. FAUX

Il y a 2^5 octets commençant par 100 (il y a 2 possibilités à chaque fois pour les 5 derniers éléments).

D. FAUX

$5 * 2^5$ octets contenant 100 :

- il y a 2 possibilités à chaque fois pour les 5 autres éléments
- il y a 5 positions possibles pour 100 dans l'octet.

E. VRAI

Il y a quatre 0 et quatre 1.

Ca revient à placer 4 parmi 8 : il y a $\binom{8}{4}$ octets possibles.

EXERCICE 11

A. FAUX

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} * \left(\frac{1}{2}\right)^2 * \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 6 * \frac{5}{2} * \frac{5^4}{6^6} = \frac{1}{2} * \left(\frac{5}{6}\right)^5$$

B. VRAI

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6$$

C. VRAI

Yves mises 6 euros : pour ne pas perdre d'argent, il faut qu'il gagne au moins 2 parties.

D. VRAI

Yves peut gagner au plus $3 * 6 - 6 = 12$ euros

E. FAUX

$$\begin{aligned} P(X < 2) &= 1 - P(X = 0) = \binom{5}{6}^6 + \binom{6}{1} * \left(\frac{1}{2}\right)^1 * \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2}\right) \\ &= \left(\frac{5}{6}\right)^5 \frac{8}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \frac{4}{3} \neq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

La probabilité de gagner de l'argent n'est pas égale à celle de perdre.

EXERCICE 12

A. VRAI

Soit $\vec{n}(1; -1; 2)$ un vecteur normal au plan P.
 $\vec{u} = -1 - a + 2 = 1 - a$.

Si $a \neq 1$, alors le produit scalaire est non nul :

- Δ et P ne sont donc pas parallèles
- et Δ n'est pas incluse dans P.

Leur intersection est donc un point.

B. FAUX

Si $a = 1$,

- Δ et P sont parallèles (donc sans intersection)
- ou Δ est incluse dans P (infinité d'intersections).

L'affirmation 'pour tout réel a' est donc forcément erronée.

C. FAUX

$b = 2 \Leftrightarrow 1 - 1 + 2b - 4 = 0 \Leftrightarrow I$ est dans le plan P.

Donc si $b \neq 2$, I n'est pas dans le plan P .

- Si $a=1$, alors Δ et P sont parallèles : $\Delta \cap P = \emptyset$
- Si $a \neq 1$, $\Delta \cap P =$ un point différent de I

D. FAUX

Si $a = 1$ et $b = 2$, Δ est incluse dans P : $\Delta \cap P = \Delta$

E. VRAI

Si $a = 1$ et $b \neq 2$, Δ et P sont parallèles : $\Delta \cap P = \emptyset$

EXERCICE 13

A. FAUX

Contre-exemple : $z = \frac{1}{2}$
 $\left| \frac{1}{4} + 1 \right| < \left| \frac{1}{2} + 1 \right|$

B. FAUX

Contre-exemple : $z=0$
 $|0 + 1| < |0 - 2|$

C. FAUX

Si $|z + 1| = 2$, alors $z + 1 = 2e^{i\theta}$
 $z = 2e^{i\theta} - 1$

D. FAUX

Contre-exemple : $z = 1 - 5i$
 $|z| = \sqrt{26}$

E. FAUX

Contre-exemple : $z = 2i$. On a bien $|z| = 2$
mais $|z - 1| = |2i - 1| = \sqrt{5}$

EXERCICE 14

$$\begin{cases} A + B + C = 200 & \text{ligne 1} \\ A + B + D = 150 & \text{ligne 2} \\ A + C + D = 100 & \text{ligne 3} \\ B + C + D = n & \text{ligne 4} \end{cases}$$

A. VRAI

1 - 3 donne $B - D = 100$. Donc $B > 100$ donc $n > 50$.

B. VRAI

1 - 2 donne $C - D = 50$. Donc $C > 50$. Donc $B + C > 150$
donc $n > 150$.

C. VRAI

$$B + C - 2D = 150$$

Donc

$$n = B + C + D = 150 + 2D + D = 150 + 3D = 3 * (50 + D)$$

n est un multiple de 3

D. VRAI

Si $n = 210$, alors $D = 210/3 - 50 = 20, C = 70, B = 120$ et $A = 10$.

E. FAUX

CORRECTION ADVANCE 2014
PHYSIQUE

EXERCICE 1

A. FAUX

Le solide est lâché sans vitesse initiale donc son énergie cinétique est null. Cette courbe correspond à l'énergie potentielle de pesanteur. L'énergie cinétique est représentée par la courbe 2.

B. VRAI

La position d'équilibre est atteinte lorsque l'énergie potentielle est minimale (et l'énergie cinétique maximale)

C. VRAI

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{0,05}} = \sqrt{20 \cdot \frac{10^2}{5}} = \sqrt{4 \cdot 10^2} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

D. VRAI

Une période correspond à un aller retour du pendule, ce qui correspond à deux passages par la position d'équilibre.

E. FAUX

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow l = g \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{10,0 \cdot 6,0,6}{6,6} = 0,1m$$

EXERCICE 2

A. VRAI

On utilise un rayonnement pour chauffer de l'eau

B. FAUX

$$\Delta U = m \cdot c \cdot \Delta T = 0,5 \cdot 4200 \cdot 50 = 1,0 \cdot 10^5 J$$

C. FAUX

$$E = P \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{E}{P} = 1,7 \cdot \frac{10^5}{500} = 3,4 \cdot 10^2 s = 5 \text{ min } 40 \text{ sec}$$

D. VRAI

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4 \cdot 10^9} = \frac{3}{24} = 0,12m$$

E. FAUX

$$E = h\nu = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 2,4 \cdot 10^9 = 15,84 \cdot 10^{-24} J$$

EXERCICE 3

A. VRAI

Pour obtenir l'énergie du niveau fondamental on doit soustraire l'énergie d'ionisation à l'énergie de l'ion He⁺ (0 - 24,6 eV).

B. VRAI

$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, en manipulant cette formule, on obtient bien la relation de l'énoncé.

C. VRAI

$\lambda = 387nm$ correspond bien à l'UV (plus faible longueur d'onde que la limite inférieure du visible à 400nm)

D. FAUX

Les niveaux d'énergie de l'atome sont quantifiés : il ne peut absorber qu'une quantité bien particulière d'énergie (on parle alors de quanta d'énergie)

E. FAUX

Il représente un diagramme d'émission stimulée.

EXERCICE 4

A. FAUX

La diffraction n'est pas une interférence (qui suppose deux sources qui

interagissent). On peut même obtenir une diffraction avec les ondes sonores.

B. FAUX

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{d}{D} \Leftrightarrow \lambda = \frac{ad}{D} = \frac{40 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{2} = 60 \cdot 10^{-8} = 600 \text{ nm}$$

C. FAUX

D'après la formule précédentes, ces deux grandeurs sont inversement proportionnelles.

D. VRAI

$$\lambda = \frac{ad}{D} \Leftrightarrow d = \frac{\lambda D}{a} = \frac{2}{100} = 2 \text{ cm ce qui est visible.}$$

E. FAUX

Il montre l'aspect ondulatoire de la lumière.

EXERCICE 5

A. FAUX

Pour accélérer les électrons, il faut que la plaque P2 soit considéré comme le pôle plus par rapport à P1 (pôle moins). Le champ électrique est dirigé du plus vers le moins, ce qui est incompatible avec l'énoncé.

B. VRAI

Elle ne génère pas de frottements.

C. VRAI

$$W_{O_1 \rightarrow O_2}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{O_1 O_2} = e \cdot E \cdot O_1 O_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5000 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

D. FAUX

Cette vitesse ne peut être atteinte car elle supérieure à celle de la lumière.

E. VRAI

Il n'y a ici que des forces conservatives, donc l'énergie mécanique se conserve.

EXERCICE 6

A. FAUX

Elles n'ont pas une trajectoire circulaire autour du Soleil (héliocentrique) mais autour de Jupiter.

B. VRAI

$\frac{T^2}{R^3} = k$ (3eme loi de Kepler). k est le même pour un système (ici les deux satellites qui gravitent autour de Jupiter)

C. FAUX

$$\frac{T_{Io}^2}{R_{Io}^3} = \frac{T_{Callisto}^2}{R_{Callisto}^3} \Leftrightarrow R_{Callisto}^3 = R_{Io}^3 \cdot \frac{T_{Callisto}^2}{T_{Io}^2} = 100 \cdot R_{Io}^3 \\ \Leftrightarrow R_{Callisto} = \sqrt[3]{100} R_{Io}$$

D. VRAI On a $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \mathcal{G} \frac{Mm}{R^2} = ma$. On obtient donc $\mathcal{G} \frac{M}{R^2} = a$. Par ailleurs $a = \frac{v^2}{R}$ (accélération dans la base de Frénet) donc $\mathcal{G} \frac{M}{R^2} = \frac{v^2}{R}$. On obtient bien $\sqrt{\mathcal{G} \frac{M}{R}} = v$

E. VRAI

$$v_{Io} = \frac{2\pi R_{Io}}{T_{Io}} \text{ et } v_{Callisto} = \frac{2\pi R_{Callisto}}{T_{Callisto}} \Rightarrow \frac{v_{Io}}{v_{Callisto}} = \frac{R_{Io} T_{Callisto}}{R_{Callisto} T_{Io}} = \frac{10}{\sqrt[3]{100}} = \sqrt[3]{\frac{1000}{100}} = \sqrt[3]{10} > 1$$

EXERCICE 7

A. VRAI

Le mouvement est défini par deux coordonnées ce qui correspond à un mouvement dans deux dimensions donc plan.

B. FAUX

$$\begin{cases} v_x(t) = 2 \\ v_y(t) = 2t + 2 \end{cases} \text{ donc à } t=4s \ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + 10^2} = \sqrt{104} \neq 20$$

C. VRAI

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 2 \end{cases}$$

D. FAUX

Un objet soumis uniquement à son poids a une accélération constante qui vaut environ $10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (valeur de g , champ de pesanteur terrestre).

E. FAUX

On peut établir les équations horaires en intégrant à partir de $\begin{cases} a_x(t) = 4 \\ a_y(t) = 0 \end{cases}$ (le mouvement se fait uniquement selon l'axe Ox) et en tenant compte

des conditions initiales, on aurait $\begin{cases} x(t) = 2t^2 + 5 \\ y(t) = 0 \end{cases}$. On peut aussi (et c'est plus rapide) vérifier si la condition $x(t=0)=0$ est vérifiée avec le système proposé, ce qui n'est pas le cas.

EXERCICE 8

A. FAUX

Une onde transporte de l'énergie uniquement.

B. VRAI

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{0,4}{20} = 0,02\text{m} = 20\text{cm}$$

C. VRAI

L'onde se propage de gauche à droite, le point M va descendre dans le creux de la vague.

D. VRAI

$$t = \frac{d}{v} = \frac{0,08}{0,4} = 0,2\text{ s}$$

E. VRAI

Ces grandeurs sont proportionnelles (voir relation du B).

EXERCICE 9

A. FAUX

Le mouvement est bien rectiligne mais il est uniformément accéléré (un mouvement est uniforme si sa vitesse est constante)

B. FAUX

C'est l'énergie potentielle acquise par la pierre qui se transforme en énergie cinétique)

C. FAUX

$E_p = mgh = 0,1 \cdot 10 \cdot 7,5 = 7,5 \text{ J}$ (Le g n'est pas l'unité standard du système internationale d'unité).

D.

$E_{pi} = E_{cf}$ car ici il y a conservation de l'énergie mécanique (absence de frottements) donc $mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2mgh}{m}} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = 20 \text{ m.s}^{-1}$.

E. VRAI

$$\Delta U = C \cdot \Delta T \Leftrightarrow \Delta T = \frac{\Delta U}{C} = \frac{mgh}{C} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 20}{80} = 0,25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

EXERCICE 10

A. FAUX

Ils peuvent également se produire lors du passage d'un plat vers un creux.

B. VRAI

La différence de marche est ici $\delta = 2e$. Pour que les interférences soient destructives, alors il faut que $\delta = (k+1/2) \lambda$ soit $2e = (k+1/2) \lambda$. En prenant $k=0$, on a alors $e = \lambda/4 = 404/4 = 101 \text{ nm}$.

C. FAUX

0 correspond à « pas de changement » (on passe d'un creux à un creux ou

d'un plat à un plat) et 1 correspond à un changement.

D. FAUX

La photographie est en noir et blanc, chaque pixel est codé par un bit et non un octet (à la différence d'une photographie couleur où chaque pixel est codé par trois bits). Il y a $100 \times 100 = 10^4$ pixels sur cette photographie donc 10^4 bits.

E. FAUX

$25 \text{ Go} = 25 \cdot 10^9 \text{ octets} = 25 \cdot 8 \cdot 10^9 \text{ bits}$ (un octet est un groupe de 8 bits) soit $2 \cdot 10^{11}$ bits. Connaissant la taille occupée par une photo on en déduit qu'on peut stocker $2 \cdot 10^7$ photos sur un disque Blu-Ray.

