2012
Mathématiques et Raisonnement Logique

Durée :2H

INSTRUCTIONS A LIRE ATTENTIVEMENT

Les réponses doivent être écrites sur la grille réponse, pour chaque question cochez la bonne réponse parmi celles qui sont proposées.

Il n'y a qu'une seule bonne réponse dans la liste des réponses.

Cette épreuve est comporte quatre parties:

- Partie 1 : un mini-cours sur une ou plusieurs notions de mathématiques
- Partie 2 : composée de **20 questions** à traiter **par tous les candidats**
- Partie 3 : composée de **10 questions** à traiter **selon le type de série de bac** (Terminale S, Terminale STI2D/STL/STAV, Terminale ES)
- Parie 4 : questions de raisonnement logique à traiter **par tous les candidats**
-

Pour obtenir la note maximale, le candidat doit répondre à 40 questions
- Aucun brouillon ne vous sera distribué : vous pouvez utiliser les pages blanches situées au verso de ce sujet comme brouillon.
- Aucun autre document que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.
Aucun moyen de calcul d'information ni de communication n'est autorisé durant l'ensemble des épreuves.

Barème
Chaque question est notée sur 1 point.
- Une réponse juste vaut 1 point,
- Une réponse fausse donne lieu à une pénalité de 1 point (soit -1)
- L'absence de réponse donne lieu à la note 0.
- Une réponse multiple donne lieu à une pénalité de 1 point (soit -1)

PARTIE 1 : mini- cours

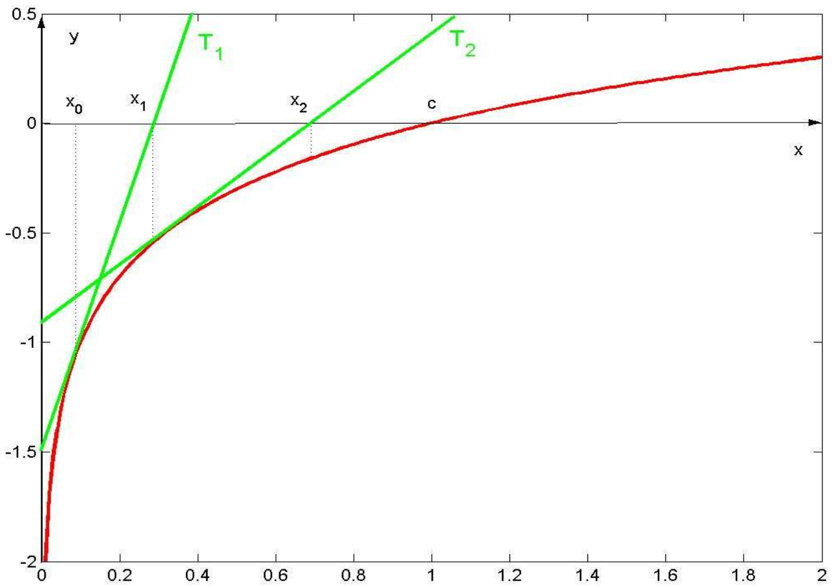
LA METHODE DE NEWTON

La résolution d'équations du second degré date depuis plusieurs centaines d'années. C'est en effet au début du 9-ème siècle que les mathématiciens arabes, notamment El-Khawarizmi, s'intéressent à celles-ci.
Au 16-ème siècle, les italiens Tartaglia et Cardan découvrent des méthodes permettant de résoudre des équations du 3-ème et 4-ème degré. Malheureusement, pour les équations de degré supérieur, il n'existe pas de méthode exacte.
Au 17-ème siècle, Isaac Newton, puis Joseph Raphson ont alors développé, grâce à la notion de dérivée, une méthode permettant le calcul approché des racines d'une fonction dérivable : c'est la méthode de Raphson-Newton.

I. Méthode de Newton

Principe de la méthode

Soient f une fonction dérivable sur une partie de $\mathbf{R}$ et c une solution de l'équation $f(x)=0$. Puisque $f(c)=0$ alors le graphe de la fonction f coupe l'axe des x au point d'abscisse c. Une esquisse du graphe permet de situer grossièrement c et de choisir un nombre x_0 proche de c. On trace alors la tangente à la courbe de f au point $(x_0, f(x_0))$ et on note x_1 l'abscisse de l'intersection de cette tangente avec l'axe des x (voir figure ci-dessous). En se servant de x_1 comme on l'a fait avec x_0, on détermine x_2 l'abscisse de l'intersection de la tangente à la courbe de f au point $(x_1, f(x_1))$ avec l'axe des x. Puis on recommence à partir de x_2, de x_3 et le procédé se poursuit jusqu'à atteindre x_n correspondant à une approximation de c qu'on estime raisonnable.



Cette méthode d'approximations successives d'une racine porte le nom de méthode de Newton.

Détail des calculs

L'équation de la tangente à la courbe au point $(x_0, f(x_0))$ est : $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

Par définition de x_1, on a : $0 - f(x_0) = f'(x_0)(x_1 - x_0)$, et si $f'(x_0) \neq 0$ on obtient alors :

$x_1 = x_0 - \dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

de même, si $f'(x_1) \neq 0$ on obtient : $x_2 = x_1 - \dfrac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

L'itération du procédé, donne la relation suivante : $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ si $f'(x_n) \neq 0$.

Résumé 1

Etant donné une fonction dérivable f sur une partie de $\mathbf{R}$ et x_0 un point tel que $f'(x_0) \neq 0$, on construit de proche en proche, $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$, par la formule $x_n = N(x_{n-1})$ où $N(x) = x - \dfrac{f(x)}{f'(x)}$ à condition que $f'(x_1) \neq 0,\ f'(x_2) \neq 0, \ldots, et\ f'(x_{n-1}) \neq 0$.

La suite (x_n) ainsi définie, est appelé suite de Newton associée au point x_0 et à la fonction f.

La fonction N est appelée **fonction de <u>Newton</u> associée** à la fonction f.

Remarque 1

Lorsque le point x_0 est **bien choisi** alors la suite de Newton (x_n) qui lui est associée est convergente (c'est-à-dire $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = l$ et $l \in \mathbf{R}$)

II. Point fixe d'une fonction

Définition

Soit g une fonction numérique.

On dit que c est un point fixe de la fonction g, si $g(c) = c$

Remarque 2

Pour déterminer les points fixes d'une fonction, on résout, l'équation $g(x) - x = 0$

Exemple 1

Les points fixes de la fonction $g(x) = x^2 + 2x - 2$ *sont* 1 *et* -2.

En effet, $g(x) - x = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$; $\Delta = 9$; $\sqrt{\Delta} = 3$

Donc $g(x)-x=0 \Leftrightarrow \quad x=\dfrac{-1+3}{2}$ ou $x=\dfrac{-1-3}{2} \Leftrightarrow x=-2$ ou $x=1$

Théorème 1

Soit (x_n) une suite récurrente définie par :

La donnée de x_0 et pour tout entier naturel n, $x_{n+1}=g(x_n)$

Si cette suite est converge vers une limite réelle l et si g est continue en l, alors l est un point fixe de g .

C'est à dire si $\lim\limits_{x\to+\infty} x_n = l$ où $l \in \mathbf{R}$ et si g est continue en l, alors $g(l)=l$

Remarque 3

L'exemple suivant montre que, pour une fonction g , la **convergence** d'une suite récurrente définie par: la donnée de x_0 et pour tout entier naturel n, $x_{n+1}=g(x_n)$ **dépend du choix de** x_0**.**

En effet, considérons la suite récurrente définie par :

x_0 donnée et pour tout entier naturel n, $x_{n+1}=x_n^{\ 2}+2x_n-2$.

D'où pour tout entier naturel n, $x_{n+1}=g(x_n)$ où pour tout réel x, $g(x)=x^2+2x-2$.

- **si** $x_0=0$, montrons que dans ce cas **la suite** (x_n) **est convergente**.

En effet, $x_1=g(0)=-2$; $x_2=g(-2)=-2$ idem $x_3=g(-2)=-2$ et de proche en proche on vérifie que pour tout entier non nul n, on a : $x_n=-2$ et donc $\lim\limits_{x\to+\infty} x_n=-2$.

Notons au passage que $g(-2)=-2$ (ce qui confirme le résultat du théorème 1)

- **si** $x_0=2$, montrons que dans ce cas **la suite** (x_n) **n'est pas convergente**.

Tout d'abord on a : $x_1=g(2)=6$,

De plus, l'étude du signe de la dérivée de la fonction g , montre que g est croissante sur $[-1,+\infty[$,

D'où si $x\geq 2$ alors $g(x)\geq g(2)$ de plus $g(2)=6$ et $6\geq 2$

donc si $x\geq 2$, alors $g(x)\geq 2$;

Et puisque $x_1\geq 2$, alors $g(x_1)\geq 2$ c'est-à-dire $x_2\geq 2$ car $x_2=g(x_1)$

De même on montre que $x_3\geq 2$ et de proche en proche, pour tout entier non nul n

On a : $x_n\geq 2$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} x_n\geq 2$ (*)

Si on suppose que la suite (x_n) est convergente de limite l, alors d'après (*) on a : $l\geq 2$.

De plus puisque la fonction g est continue en l, car g est une fonction polynôme donc d'après le théorème 1, on a : $g(l)=l$ d'où $l=1 \; ou \; l=-2$ (d'après le calcul de l'exemple 2), on aura alors $1\geq 2$ ou $-2\geq 2$ et ceci est impossible.

Conclusion : Si $x_0=2$, la suite (x_n) n'est pas convergente où $x_{n+1}=g(x_n)$

<u>Résumé 2</u>

Pour la suite (x_n) définie par la donnée de x_0 et pour tout entier naturel n, $x_{n+1} = g(x_n)$ où pour tout réel x, $g(x) = x^2 + 2x - 2$. On a :

- si $x_0 = 0$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} x_n = -2$
- si $x_0 = 2$ alors (x_n) n'est pas convergente

Remarque 4

Soit (x_n) la suite de Newton associée au point x_0 et à la fonction f définie par :
Pour tout entier naturel non nul n, $x_n = N(x_{n-1})$.
Si (x_n) converge vers une limite réelle l et si N est continue en l, alors $N(l) = l$
Donc l est un point fixe de N .

Exemple 2

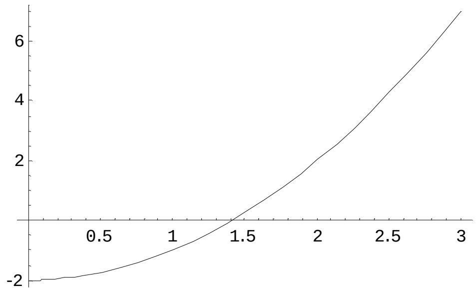
Calculer $\sqrt{2}$ avec 4 décimales exactes par la méthode de Newton.

Considérons la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2$ on a : $f(\sqrt{2}) = 0$

La fonction de Newton associée à f est définie par : $N(x) = x - \dfrac{f(x)}{f'(x)} = x - \dfrac{x^2-2}{2x}$

On remarque que N est continue en tout réel non nul et ses points fixes sont $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$ car :

$$[N(l) = l] \Leftrightarrow [l - \frac{l^2-2}{2l} = l] \Leftrightarrow [\frac{l^2-2}{2l} = 0] \Leftrightarrow [l^2 - 2 = 0] \Leftrightarrow [l = -\sqrt{2}\ ou\, l = \sqrt{2}]$$



graphe de f

Grâce à la courbe de f, on peut choisir $x_0 = 2$

Soit (x_n) la méthode suite de Newton associée au point x_0 et à la fonction f, cette suite est définie par la relation : $x_{n+1} = N(x_n) = x_n - \dfrac{{x_n}^2 - 2}{2\,x_n}$.

Pour $n = 0$, $x_1 = 2 - \dfrac{2^2-2}{4} = 1{,}5$

Pour $n = 1$, $x_2 = 1{,}5 - \dfrac{(1{,}5)^2 - 2}{2.(1{,}5)} \approx 1{,}41667$

Pour $n = 2$, $x_3 = 1{,}41667 - \dfrac{(1{,}41667)^2 - 2}{2.(1{,}41667)} \approx 1{,}41422$

Pour $n = 3$, $x_4 = 1{,}4122 - \dfrac{(1{,}4122)^2 - 2}{2.(1{,}4122)} \approx 1{,}41421$

On remarque que dès la 4ème étape la valeur de x_4 est proche de la valeur de $1{,}4142$ et si l'on poursuit les calculs on constaterait que pour n assez grand, les valeurs de x_n deviennent « stables », ce qui illustre la convergence de la suite (x_n) vers un réel $l > 0$.
D'après la **remarque 4** cette limite l est l'un des points fixes de la fonction N
donc $l = -\sqrt{2}$ ou $l = \sqrt{2}$, et puisque $l > 0$ on a $l = \sqrt{2}$ et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = l = \sqrt{2}$.

Par conséquent : $\sqrt{2} \approx 1{,}4142$.

Partie 2 : 20 questions à traiter par tous les candidats

- Les exercices sont indépendants.
- Chaque exercice est composé d'une ou de plusieurs questions

Exercice 1

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbf{R}$.

Question 1

La méthode de Newton permet, sous certaines conditions, de calculer une valeur approchée d'une solution de l'équation $f(x)=0$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 2

La méthode de Newton permet, sous certaines conditions, de calculer une valeur approchée d'un point fixe de la fonction f

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 3

Si α est un point fixe de f et β est un point fixe de f alors $\alpha=\beta$.

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 4

Si N est la fonction de Newton associée à la fonction f , alors pour chaque x_0 donnée la suite (x_n) définie par $x_n = N(x_{n-1})$ est toujours convergente

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 5

Si N la fonction de Newton associée à la fonction f et c est un point fixe de la fonction N alors $f(c)=f'(c)$.

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 6

Soient (x_n) la suite de Newton associée au point x_0 et à la fonction f définie par :

Pour tout entier non nul, $x_n = N(x_{n-1})$

et (y_n) la suite de Newton associée au point y_0 et à la fonction f définie par :

Pour tout entier non nul, $y_n = N(y_{n-1})$

Alors Si (x_n) converge vers une limite réelle α et (y_n) converge vers une limite réelle β
Alors $\alpha = \beta$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 7

Soient (x_n) la suite de Newton associée au point x_0 et à la fonction f définie par :

Pour tout entier non nul, $x_n = N(x_{n-1})$ alors on a: $x_2 = x_0 - \dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)} - \dfrac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Exercice 2

Soient f une fonction dérivable sur $\mathbf{R}$ et c est un point fixe de f alors on a :

Question 8

$|f(c)| = |-c|$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 9

$f'(c) = 0$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 10

$c - f(c) = 0$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 11

$f(c) - f(0) = c.f'(c)$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 12

$(f \circ f)(c) = c$ où $f \circ f$ est la fonction définie par : pour tout réel x, $(f \circ f)(x) = f\big(f(x)\big)$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 13

$f'(c) = 1$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 14

Le point $A(c,c)$ est situé sur la courbe représentative de la fonction f .

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai　　　　b) faux

Exercice 3

Question 15

A l'aide de la méthode de Newton, la fonction définie par : pour tout réel x, $f(x)=x^2-3$ permet de calculer une valeur approchée de $\sqrt{3}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai　　　　b) faux

Exercice 4

On considère la fonction numérique définie par : pour tout réel x, $g(x)=x^4-16$.

Question 16

Si $x_0=-1{,}8$ alors la suite de Newton (x_n) associée à ce point et à la fonction g est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=-2$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai　　　　b) faux

Exercice 5

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbf{R}$

Question 17

Si $f(-1)=-1$ et $f(1)=1$ alors l'équation $f(x)=0$ admet une solution sur $]-1,1[$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai　　　　b) faux

Question 18

Si $f(-1)=-1$ et $f(1)=1$ alors il existe $c\in\,]-1,1[$ tel que $f(c)=c$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai　　　　b) faux

Exercice 6

Question 19

Il existe un réel c et une fonction numérique f définie sur $\mathbf{R}$ vérifiant $f(c)=0$ et $f(c)=c$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai　　　　b) faux

Question 20

Il existe une fonction numérique f définie sur $\mathbf{R}$ telle que pour tout $c\in[0,1]$, $f(c)=c$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai　　　　b) faux

Partie 3 : composée de 10 questions à traiter selon le type de série de bac

- Les candidats série S répondent aux questions de 21 à 30
- Les candidats série Technique répondent aux questions de 31 à 40
- Les candidats série ES répondent aux questions de 41 à 50

Série S : répondre aux questions de 21 à 30

- Les exercices sont indépendants.
- Chaque exercice est composé d'une ou de plusieurs questions

Exercice 1S

On considère la fonction h définie par : pour tout réel x, $h(x)=\dfrac{x^3+x\sqrt{|x|}}{1+x^2}$

Alors on a :

Question 21

Veuillez choisir la bonne réponse :

a) 0 , 2 et 4 sont les seuls points fixes de la fonction h

b) 0 , 2 et $\sqrt{2}$ sont les seuls points fixes de la fonction h

c) 0 , 2 et 1 sont les seuls points fixes de la fonction h

d) 0 , 1 et -1 sont les seuls points fixes de la fonction h

Question 22

h n'est pas dérivable en 0

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Question 23

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{h(x)}{\sin(x)}=0$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Exercice 2S

Soient f une fonction numérique définie sur $\mathbf{R}$, c est un point fixe de f et (x_n) une suite récurrente définie par la donnée de x_0 et pour tout entier naturel n $x_{n+1} = f(x_n)$,

Question 24

Si pour tout $a \in \mathbf{R}$ et pour tout $b \in \mathbf{R}$, on a $|f(b) - f(a)| \leq |b - a|$

Alors pour tout entier naturel n , $|x_{n+1} - c| \leq |x_n - c|$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Exercice 3S

Soit g une fonction numérique définie sur $\mathbf{R}$ et définissons la suite (u_n) par :

$u_0 = a$ avec $a \in \mathbf{R}$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = g(u_n)$.

Question 25

Si a est un point fixe de g alors (u_n) est une suite arithmétique de raison 1.

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Exercice 4S

Soient deux fonctions numériques f et g définies sur $\mathbf{R}$.

Question 26

Veuillez choisir la bonne réponse :

Si c est un point fixe de f et de g alors c est un point fixe de la fonction $f \times g$ si

a) $c = 0$ ou $c = -1$

b) $c = 1$ ou $c = -1$

c) $c = 0$ ou $c = 1$

d) $c = 0$ et $c = 1$

Exercice 5S

On considère la fonction numérique f définie par : pour tout réel x , $f(x) = -\frac{1}{2} + e^{-x}$.

On note (x_n) la suite de Newton associée au point $x_0 = 0$ et à la fonction f définie par :

Pour tout entier non nul n , $x_n = N(x_{n-1})$ où N est la fonction de Newton associée à la fonction f . Alors on a :

Question 27

L'équation de la tangente T_1 à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse $x_0 = 0$ est $y = -x - \frac{1}{2}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Question 28

Pour tout réel x, $N(x)=x+1+\frac{e^x}{2}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 29

$x_2=\frac{-1+\sqrt{e}}{2}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 30

$Ln(2)$ est l'unique point fixe de f

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

- ## Série Technique **: répondre aux questions de 31 à 40**

- Les exercices sont indépendants.
- Chaque exercice est composé d'une ou de plusieurs questions

Exercice 1T

Soit f la fonction définie par : pour tout réel x, $f(x)=x^2-5$.

On note N la fonction de Newton associée à f.

Question 31

Pour tout réel non nul x, on a : $N(x)=\frac{x^2-5}{2x}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 32

Pour tout réel non nul x, on a : $N'(x)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{5}{x^2}\right)$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 33

$\sqrt{5}$ est le seul point fixe de la fonction N

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Exercice 2T

Soient deux fonctions numériques f et g définies sur $\mathbf{R}$.

Question 34

Veuillez choisir la bonne réponse

Si c est un point fixe de f et de g alors c est un point fixe de la fonction $(f+g)$, si

a) $c=0$

b) $c=1$

c) $c=-1$

d) $c=2$

Question 35

Si c est un point fixe de la fonction f alors $2c$ est un point fixe de la fonction $2f$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Exercice 3T

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbf{R}$ et c est un point fixe de f, alors on a :

Question 36

$f\big(f(c)\big)=f(c)$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Exercice 4T

Soient f la fonction définie par : pour tout réel x, $f(x)=x^3-1$, alors on a :

Question 37

L'équation $f(x)=0$ admet une unique solution dans $\mathbf{R}$.

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Question 38

f a un point fixe dans $[1,2]$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Question 39

Soit $c \in [1,2]$ tel que $f(c)=c$.

Si $x>c$ alors $f(x)>c$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

Question 40

Si la suite définie par la donnée de x_0 et pour tout entier n, $x_{n+1}=x_n^3-1$ est convergente alors sa limite est un point fixe de la fonction f

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai

b) faux

- **Série ES:** **répondre aux questions de 41 à 50**

- Les exercices sont indépendants.
- Chaque exercice est composé d'une ou de plusieurs questions

Exercice 1ES

Soient f la fonction définie par : pour tout réel x, $f(x)=x^2-7$ et N la fonction de Newton associée à f.

On note (x_n) la suite de Newton associée au point x_0 et à la fonction f définie par :

Pour tout entier non nul n, $x_n = N(x_{n-1})$, alors on a :

Question 41

Pour tout réel non nul x, $N(x)=\dfrac{x^2+7}{2x}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 42

Pour tout réel non nul x, $N'(x)=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{7}{x^2})$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 43

Pour la fonction f, la méthode de Newton permet de calculer une valeur approchée de 7

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 44

Pour $x_0=2$, on a : $x_1=\dfrac{11}{4}$

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Question 45

$\sqrt{7}$ est un point fixe de la fonction f

Veuillez choisir une réponse :

a) vrai b) faux

Exercice 2ES

On considère la fonction numérique définie par : pour tout réel x, $f(x)=x^3-2x^2+2x-\dfrac{1}{2}$.

Question 46

Veuillez choisir la bonne réponse :
En utilisant la méthode de Newton et en partant de $x_0 = 0$, alors l'équation de la tangente T_1 à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse x_0 est :

a) $y = -x - \frac{1}{2}$

b) $y = 2x - \frac{1}{2}$

c) $y = 2x - \frac{1}{4}$

d) $y = 2x + \frac{1}{4}$

Exercice 3ES

On considère la fonction h définie par : pour tout réel non nul x, $h(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2x}$

Question 47
h admet un unique point fixe
Veuillez choisir une réponse :
a) vrai
b) faux

Question 48
$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ est un point fixe de la fonction h
Veuillez choisir une réponse :
a) vrai
b) faux

Exercice 4ES

On considère les deux fonctions suivantes définies par :
pour tout réel x, $f(x) = \cos^2(x) + \sin^2(x)$ et $g(x) = (x+2)^2$
alors on a :

Question 49
f n'admet pas de point fixe
Veuillez choisir une réponse :
a) vrai
b) faux

Question 50
g n'admet pas de point fixe
Veuillez choisir une réponse :
a) vrai
b) faux

Partie 4 : Question de raisonnement logique à traiter par tous les candidats

- Les exercices sont indépendants.
- Chaque exercice est composé d'une ou de plusieurs questions

Question 51
Mathilde et Matthieu se partagent un tas de bonbons de la manière suivante:

Matthieu en prend un, Mathilde, plus gourmande, en prend deux, alors Matthieu en prend trois, mais Mathilde en prend quatre, et ainsi de suite, chacun prenant à son tour un bonbon de plus que ce qu'a pris le précédent. Mathilde est la dernière à prendre des bonbons et elle prend alors tous les bonbons restants. Elle a alors 10 bonbons de plus que Matthieu.

Combien y avait-il de bonbons dans le tas?
Veuillez choisir la bonne réponse :

a) 210 b) 195 c) 220 d) 208

Question 52
M. et Mme Martin ont 3 enfants. Vous posez à deux de vos amis la question suivante :"quelle est la probabilité que les 3 enfants soient du même sexe ?"

Le premier vous indique que cette probabilité est 1/2 : en effet, sur les 3 enfants, il y en aforcément 2 qui ont le même sexe, donc la probabilité que le troisième ait le même sexe queles 2 autres est 1/2.

Le second vous indique que cette probabilité est 1/4 : en effet, il y a une chance sur 2 que le deuxième enfant ait le même sexe que le premier, puis dans ce cas une chance sur 2 que le troisième ait le même sexe que les deux autres.

A votre avis, quelle est la bonne valeur de cette probabilité ?
Veuillez choisir la bonne réponse :

a) ¼ b) ni ¼, ni ½, les deux amis se sont trompés c) ½

Question 53
Un richissime bijoutier souhaite léguer des diamants à ses enfants en procédant de la manière suivante :

au premier il lègue 1 diamant + 1/7 des diamants restants
au deuxième il lègue 2 diamants + 1/7 des diamants restants
au troisième il lègue 3 diamants + 1/7 des diamants restants,
et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de diamants.

Sachant que tous les enfants reçoivent le même nombre de diamants, combien le bijoutier a-t-il d'enfants ?

Veuillez choisir la bonne réponse :

a) 7 b) 3 c) 5 d) 6

Question 54

André, Olivier et Ursule, les amis facétieux d'Isabelle, veulent lui poser une énigme lors de l'une de ses visites. Ils sortent se cacher pour observer Isabelle qui arrive devant chez eux. Chacun a posé un écriteau sur sa porte avec le message suivant : "Seul celui d'entre nous qui a un berger allemand dit la vérité", puis chacun a ajouté un message personnel.

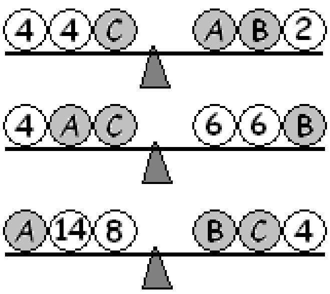
Porte numéro 1 : André à écrit : "Olivier a un labrador"
Porte numéro 2 : Ursule a écrit : "André a un labrador"
Porte numéro 3 : Olivier a écrit : "Ursule a un chihuahua"

Chez qui Isabelle ne doit-elle pas entrer, sachant qu'elle a peur des berger allemands ?

Veuillez choisir la bonne réponse :

a) Olivier b) Ursule c) André

Question 55



Selon les pesées ci-dessus, quelles sont les masses des poids A, B et C ?

Veuillez choisir la bonne réponse :

a) 4g, 6g et 16g
b) 8g, 12g et 14g
c) 7g, 12g et 13g
d) 10g, 11g et 9g

Question 56

J'ai dans mon tiroir une collection de 120 stylos à 4 couleurs. Parmi ces stylos,

- 88 ont encore de l'encre verte;
- 72 ont encore de l'encre bleue;
- 100 ont encore de l'encre rouge;
- 104 ont encore de l'encre noire.

Combien, au minimum, de stylos ont encore de l'encre des 4 couleurs différentes ?

Veuillez choisir la bonne réponse :

a) 4
b) 50
c) 66
d) 38

Question 57

Quatre personnes, équipées chacune d'un sac de couleur différente, participent à une course en sac. Ces personnes s'appellent Gilles, Jean, Christophe et Alain. Les couleurs des sacs sont : vert, bleu, jaune et rouge. Celui qui a le sac vert a gagné. Gilles est arrivé deuxième. Jean n'a ni un sac vert, ni un sac jaune. Christophe a terminé dernier, juste derrière celui qui a un sac rouge. Alain est arrivé avant celui qui a un sac bleu. Celui qui a un sac jaune est arrivé avant celui qui a un sac bleu.

Déterminez l'ordre d'arrivée et qui a quel sac.

Veuillez choisir la bonne réponse :

a) 1er Christophe (sac vert), 2ème Gilles (sac rouge), 3ème Alain (sac bleu), 4ème Christophe (sac jaune)
b) 1er Alain (sac v ert), 2ème Gilles (sac jaune), 3ème Jean (sac rouge), 4ème Christophe (sac bleu)
c) Christophe(sac bleu), 2ème Jean (sac vert), 3ème Alain (sac jaune), 4ème Gilles (sac rouge)
d) Alain(sac vert), 2ème Gilles (sac jaune), 3ème Christophe (sac bleu), 4ème Jean (sac rouge)

Question 58

Dans une boîte de feutres, numérotés de 1 à 7 en partant de la gauche, je constate que :

Le rouge et l'orange n'ont qu'un voisin,
le violet est à droite du bleu,
le vert est à côté du rouge,
le jaune est entre le bleu et le rose,
l'orange et le violet sont voisins.

Quelle est la couleur du premier feutre ? (répondez par le nom de la couleur)

Veuillez choisir la bonne réponse :

a) Rouge
b) Bleu
c) Jaune
d) Violet

Question 59

Soient a = 1 et b = 1

(1)a = b

(2) On multiplie par a de part et d'autre : a × a = a × b

(3) On retranche b × b de part et d'autre : a × a - b × b = a × b - b × b

(4) On ajoute 0 = a × b - a × b à gauche et on met b en facteur à droite : a × a + a × b - a × b - b × b = b × (a - b)

(5) On factorise deux fois à gauche : a × (a + b) - b × (a + b) = b × (a - b)

(6) On factorise par a + b à gauche : (a + b) × (a - b) = b × (a - b)

(7) On simplifie : a + b = b
(8) D'où : 2 = 1

Il y a manifestement une erreur... À quel niveau ?

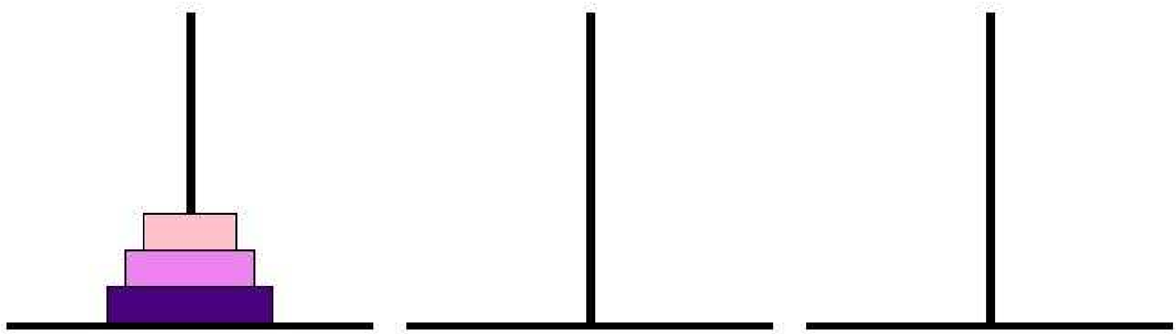
Veuillez choisir la bonne réponse :

a) Etape 2 b) Etape 5 c) Etape 6 d) Etape 7

Question 60

Combien faudra-t-il de coups au minimum, pour déplacer tous les disques de la tige de gauche vers la tige de droite, sachant que :

On ne peut déplacer les disques que un par un
On ne peut pas mettre un disque sur un disque de diamètre plus petit.



Veuillez choisir la bonne réponse :

a) 14 coups b) 15 coups c) 16 coups d) 17 coups

FIN DE L'EPREUVE D'ENTRAINEMENT